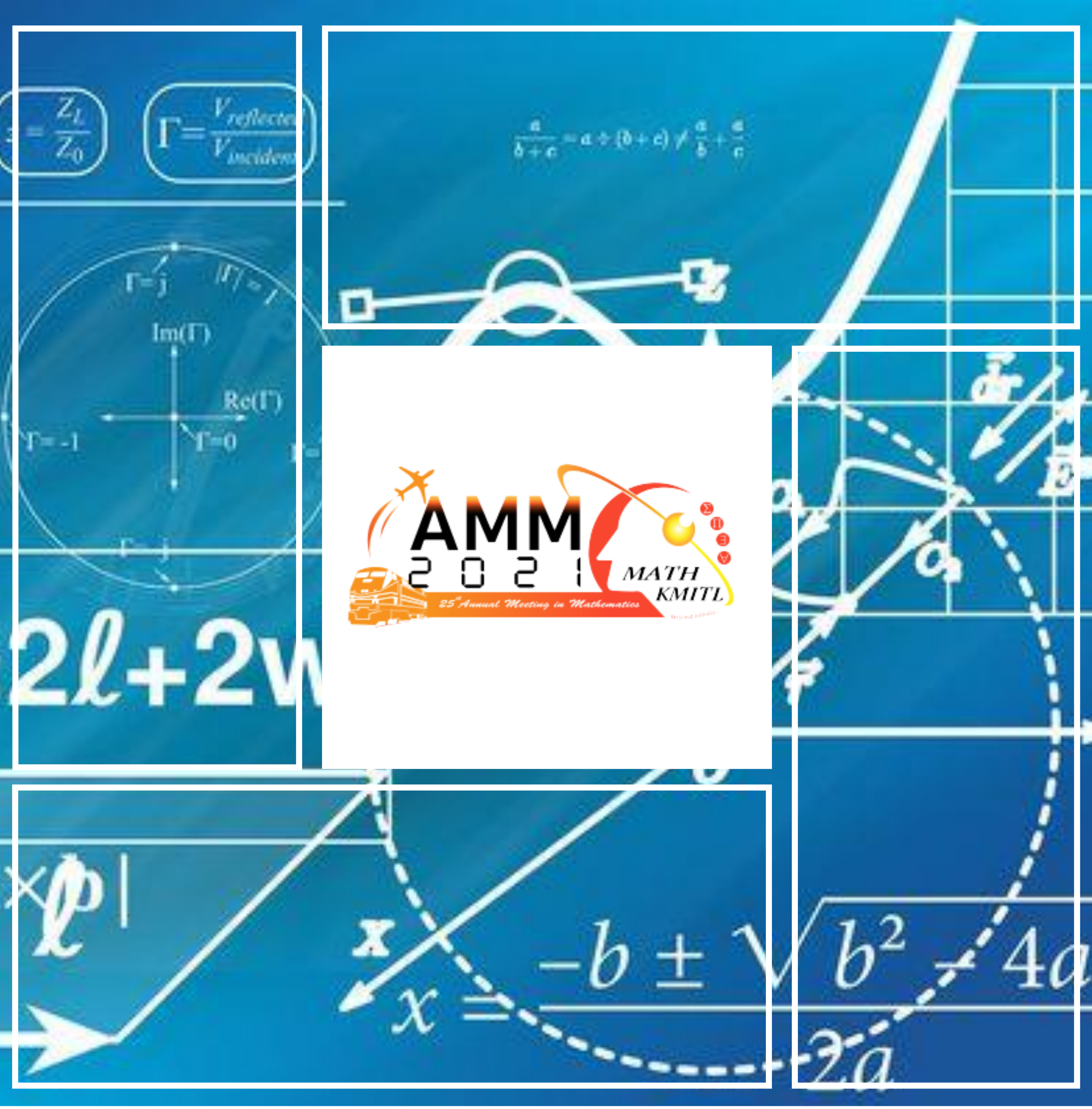
The 25th Annual Meeting in Mathematics (AMM 2021)

Book of Proceedings

"Mathematics for Innovation Development"

May 27 - 29, 2021

Faculty of Science, KMITL



AMM 2021

การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 25 ประจำปี 2564

รายงาน
การประชุม

รายนามผู้สนับสนุน

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย
ในพระบรมราชูปถัมภ์

ศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์
แห่งประเทศไทย

ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี

คณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สารจากอธิการบดี สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ โดยศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (CEPMART) ได้เริ่มจัดการประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ระดับประเทศ ตั้งแต่ปีพุทธศักราช 2538 ภายใต้ชื่อ“ การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ประจำปี (The Annual Meeting in Mathematics: AMM)” โดยมีภาควิชาคณิตศาสตร์ของมหาวิทยาลัยต่าง ๆ ที่เป็นสมาชิก CEPMART หมุนเวียนกันเป็นเจ้าภาพร่วม ในโอกาสอันดีนี้ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง มีความยินดีและภูมิใจเป็นอย่างยิ่ง ที่ได้รับเกียรติเป็นเจ้าภาพร่วมในการจัดประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ครั้งที่ 25 ประจำปี 2564 (The 25th Annual Meeting in Mathematics: AMM 2021)

การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ถือเป็นอีกหนึ่งกิจกรรมที่ช่วยส่งเสริมให้บรรลุเป้าหมายดังกล่าว โดยเป็นเวทีแลกเปลี่ยนเรียนรู้ประสบการณ์ระหว่างนักวิจัยจากสถาบันต่าง ๆ ทั่วประเทศ ให้ได้เรียนรู้หัวข้อการวิจัยทางด้านคณิตศาสตร์ที่หลากหลายยิ่งขึ้น มีการบรรยายจากวิทยากรรับเชิญที่มีชื่อเสียงในแต่ละด้าน มีการจัดอบรมเชิงปฏิบัติการสำหรับครูในหัวข้อ “Problem and Project based Learning” โดยได้รับเกียรติจากท่านเลขาธิการคุรุสภามามอบนโยบายสำหรับการอบรมในครั้งนี้ด้วย นอกจากนี้ยังมีการเสวนาจากวิทยากรคุณภาพหลากหลายสาขาอาชีพในหัวข้อ “Mathematics for Innovation Development”

ในโอกาสอันดีนี้ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังขอขอบคุณสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ ศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ ที่ให้ความร่วมมือและสนับสนุนทำให้การประชุมดำเนินไปด้วยดี ขอบคุณวิทยากรที่ให้เกียรติมาบรรยายให้ความรู้แก่ผู้เข้าร่วมประชุม ขอบคุณผู้เข้าร่วมประชุมทุกท่าน และขอบคุณภาควิชาคณิตศาสตร์ คณาจารย์ นักศึกษาและบุคลากรของสถาบันทุกท่านที่ได้ทุ่มเทแรงกายแรงใจในการจัดงานครั้งนี้ให้บรรลุวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้

สุดท้ายนี้ ในนามของผู้บริหารสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังหวังเป็นอย่างยิ่งว่าการประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ในครั้งนี้ จะทำให้ผู้เข้าร่วมประชุมทุกท่านได้รับประโยชน์และประสบผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์พร้อมทั้งนำความรู้ที่ได้รับ ไปพัฒนางานวิจัย การเรียนการสอน เพื่อเป็นแรงขับเคลื่อนในการเสริมสร้างความเข้มแข็งทางวิชาการอย่างยั่งยืนสืบไป

ศาสตราจารย์ ดร.สุชัชวีร์ สุวรรณสวัสดิ์
อธิการบดีสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สารจากผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

คณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานที่สำคัญของความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแทบทุกด้านที่ทำให้ชีวิตมนุษย์มีความสะดวกสบายในทุกวันนี้ การจัดประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์เป็นเวทีหนึ่งที่ส่งเสริมให้นักคณิตศาสตร์ในสาขาต่าง ๆ ได้มาร่วมพบปะพูดคุยสร้างเครือข่ายความร่วมมือทางวิชาการร่วมกัน ในปีนี้ เนื่องจากสถานการณ์การแพร่ระบาดของโรคติดเชื้อไวรัสโคโรนา หรือโควิด-19 คณะกรรมการจัดงานจึงได้ตัดสินใจปรับรูปแบบการประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ประจำปี (Annual Meeting in Mathematics) หรืองาน AMM 2021 เป็นแบบออนไลน์ โดยยังคงให้มีการบรรยายจากผู้เชี่ยวชาญเฉพาะด้านในสาขาต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และสาขาที่เกี่ยวข้อง เพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนเรียนรู้ในความก้าวหน้าและวิทยาการใหม่ ๆ และการนำคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้งานในด้านต่าง ๆ และนอกจากนี้ในการประชุมวิชาการ AMM 2021 ยังมีการจัดอบรมเชิงปฏิบัติการสำหรับครูในเรื่อง “Problem and Project based Learning” ซึ่งจะนำเสนอแนวทางการสอนแบบใหม่เพื่อให้นักเรียนได้มองภาพคณิตศาสตร์ในมุมมองที่สามารถสัมผัสและจับต้องได้ ด้วยการนำหลักการทางทฤษฎีมาใช้แก้ปัญหาในปัญหาจริง สำหรับการจัดประชุม AMM 2021 ครั้งนี้ ซึ่งสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เป็นเจ้าภาพในจัดประชุมโดยได้มีการปรับเปลี่ยนรูปแบบการจัดงานให้เหมาะสมกับสถานการณ์และเป็นไปตามเป้าหมาย ในนามของผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ขอเป็นกำลังใจให้การดำเนินงานจัดการประชุมวิชาการ AMM 2021 ครั้งนี้ เป็นไปอย่างด้วยความเรียบร้อยและประสบความสำเร็จตามวัตถุประสงค์ทุกประการ

ขอแสดงความนับถือ

ศาสตราจารย์ ดร.ชูกิจ ลิมปิจำนงค์

ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สารจากนายกสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ในนามของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ดิฉันขอแสดงความยินดีเป็นอย่างยิ่งที่การจัดประชุมวิชาการคณิตศาสตร์ ประจำปี 2564 ภายใต้หัวข้อ Mathematics for Innovation Development สำเร็จด้วยดีโดยความร่วมมือร่วมใจของบุคลากรในภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง เป็นสำคัญ

การจัดประชุมวิชาการประจำปีของสมาคมคณิตศาสตร์ฯ ซึ่งดำเนินการโดยศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์ แห่งประเทศไทย (CEPMART) มีความมุ่งหมายหลักเพื่อให้เป็นเวทีในการนำเสนอผลงานวิจัยทางคณิตศาสตร์และแลกเปลี่ยนเรียนรู้ความก้าวหน้าทางวิชาการคณิตศาสตร์ โดยมีกำหนดจัดเป็นประจำทุกปี จากสถานการณ์การแพร่ระบาดของไวรัสโควิด–19 ทำให้การประชุมครั้งที่ 25 ที่ควรจัดในปี 2563 จำเป็นต้องเลื่อนมาจัดในปีนี้ แต่ด้วยการแพร่ระบาดยังมีความรุนแรงต่อเนื่องอยู่ทำให้ต้องปรับการจัดประชุมเป็นรูปแบบออนไลน์ ทั้งนี้ในการประชุมยังคงมีการบรรยายพิเศษ และการเสวนาทางวิชาการโดยวิทยากรผู้ทรงคุณวุฒิเช่นเคย หวังว่าครู อาจารย์ และ นิสิต นักศึกษา ที่เข้าร่วมประชุมวิชาการในครั้งนี้จะได้รับประโยชน์จากการนำประสพการณ์ที่ได้รับไปพัฒนา และต่อยอดความรู้ อีกทั้งนำไปถ่ายทอดให้แพร่หลายต่อไปด้วย

สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ขอขอบคุณภาควิชาคณิตศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ผู้เป็นเจ้าภาพการจัดการประชุม และขอขอบคุณทุกท่านที่มีส่วนร่วมในการจัดประชุม ครั้งนี้ด้วยความวิริยะอุตสาหะยิ่ง

สุดท้ายนี้ ขอให้การประชุมวิชาการครั้งนี้นำไปสู่ความร่วมมือกันระหว่างนักคณิตศาสตร์ จากสถาบันต่างๆ ในการนำความรู้ความสามารถไปพัฒนานวัตกรรมด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เพื่อความเจริญรุ่งเรืองที่ยั่งยืนของประเทศชาติสืบไป

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ รจิต วัฒนสินธุ์)
นายกสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

สารจากผู้อำนวยการศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์

ในฐานะผู้อำนวยการศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ แห่งประเทศไทย ดิฉันมีความยินดีอย่างยิ่งที่ได้มีโอกาสสื่อสารกับผู้เข้าประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ประจำปี (The Annual meeting in Mathematics, AMM) ที่มีสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหาร ลาดกระบังเป็นเจ้าภาพ ซึ่งจะจัดขึ้นระหว่างวันที่ 27-29 พฤษภาคม 2564 ในท่ามกลางสถานการณ์การแพร่ระบาดของโควิด 19 ทำให้เป็นที่ประจักษ์ชัดว่าความพยายามจะแก้ไขและบรรเทาวิกฤตครั้งนี้ จำเป็นต้องใช้องค์ความรู้รอบด้านในทุกมิติที่ลึกซึ้ง ซึ่งองค์ความรู้เหล่านี้จะต้องผ่านกระบวนการวิจัยที่รัดกุม รอบคอบ และทันต่อสถานการณ์ และทุกท่านก็ได้รับทราบกันดีว่าคณิตศาสตร์ได้เข้ามามีบทบาทสำคัญในเรื่องตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ที่นำไปใช้ในการวิเคราะห์ การประเมินสถานการณ์ และการคาดการณ์ต่างๆ สถานการณ์นี้ทำให้เราตระหนักถึงบทบาทที่สำคัญของงานวิจัยทางคณิตศาสตร์ การจัดการประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ประจำปีของประเทศจึงเป็นเวทีที่สำคัญมากเวทีหนึ่งที่นักคณิตศาสตร์ในประเทศตลอดจนนิสิต นักศึกษาจากมหาวิทยาลัยต่างๆ พร้อมทั้ง ครู อาจารย์ ได้มีโอกาสมาพบปะพูดคุย แลกเปลี่ยนความคิด พร้อมทั้งเสวนาทางวิชาการ และได้รับฟังการบรรยายพิเศษจากนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง และจากผู้เชี่ยวชาญทั้งหลาย

ในโอกาสอันดีนี้ ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ ขอขอบคุณวิทยากรทุกท่านที่ได้ให้เกียรติมาบรรยายให้ความรู้แก่ผู้เข้าประชุม และถ่ายทอด แลกเปลี่ยนประสบการณ์กับผู้เข้าประชุม ขอขอบคุณผู้เข้าประชุมทุกท่านและคณะกรรมการทุกฝ่าย โดยขออวยพรให้การประชุมครั้งนี้บรรลุความสำเร็จตามวัตถุประสงค์ด้วยดี

ศาสตราจารย์เกียรติคุณ ดร.ยงค์วิมล เลณบุรี

ผู้อำนวยการศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์

สารจากผู้อำนวยการศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย

การจัดประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ประจำปี (Annual Mathematical Meeting) เป็นการประชุมที่สำคัญของประชาคมชาวคณิตศาสตร์ในประเทศไทยที่จะมาพบกัน เพื่อฟังการบรรยายจากผู้เชี่ยวชาญเฉพาะด้านในสาขาต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์และสาขาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เพื่อให้เกิดกระตระหนักรู้ของความก้าวหน้าและวิทยาการใหม่ ๆ รวมไปถึงการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในด้านต่าง ๆ และยังเป็นเวทีให้นักวิจัยทั้งรุ่นเก่าและรุ่นใหม่ได้นำเสนอผลงาน เพื่อแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับผู้ที่สนใจที่อยู่ต่างสถาบันกัน ซึ่งอาจจะนำไปสู่ความร่วมมือทางด้านงานวิจัยต่อไปในอนาคต

สถาบันที่มีหลักสูตรคณิตศาสตร์ในประเทศไทยได้ร่วมมือผลัดกันเป็นเจ้าภาพตลอดมาจนถึงครั้งนี้ซึ่งเป็นครั้งที่ ๒๕ โดยมีสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง รับเป็นเจ้าภาพในปี พ.ศ.2563 แต่ด้วยสถานการณ์ของโรคไวรัสโควิด-19 ที่กำลังระบาดในช่วงปีที่ผ่านมา ทำให้การประชุมประจำปี 2563 ไม่สามารถจัดได้จนต้องเลื่อนมาจัดในปี พ.ศ.2564 นี้ ทางสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบังยังยินดีให้ความอนุเคราะห์เป็นเจ้าภาพในปี พ.ศ.2564 โดยมีการดำเนินการในรูปแบบการประชุมแบบออนไลน์ เพื่อป้องกันมิให้มีการติดต่อจากการใกล้ชิดกัน แต่ยังคงสาระทางวิชาการและด้านวิจัยอยู่เช่นเดิม

ในนามของผู้อำนวยการศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (CEPMART) กระผมต้องขอขอบคุณทางคณะทำงานของสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบังเป็นอย่างยิ่งที่ให้ความกรุณารับเป็นเจ้าภาพการจัดการประชุมทางคณิตศาสตร์ประจำปีในครั้งนี้อีกครั้ง และเห็นใจถึงความยากลำบากในการเตรียมงานในสภาวะที่ต้องพร้อมรับกับสถานการณ์ความเปลี่ยนแปลงจากโรคระบาดทุกเมื่อ ขออวยพรให้การจัดงานครั้งนี้สำเร็จราบรื่นด้วยดีทุกประการ และขอให้คณะทำงานทุกท่านมีสุขภาพแข็งแรงทั้งกายและใจ ก้าวผ่านปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ อย่างมั่นคงและปลอดภัย

ขอแสดงความนับถือ

รองศาสตราจารย์ ดร.วิชาญ ลิ่วกีรติยุตกุล

ผู้อำนวยการศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย

สารจากคณบดีคณะวิทยาศาสตร์
สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

การสร้างบุคลากรและการวิจัยด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และนวัตกรรม เป็นรากฐานที่สำคัญยิ่งต่อการพัฒนาประเทศ พันธกิจของคณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง (สจล.) มุ่งเน้นความเป็นเลิศในด้านวิทยาศาสตร์ประยุกต์ เพื่ออุตสาหกรรมและการพัฒนาที่ยั่งยืน มุ่งมั่นให้การศึกษาและวิจัย เพื่อผลิตทรัพยกรมนุษย์ที่มีความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ควบคู่จริยธรรมและรักษาไว้ซึ่งศิลปวัฒนธรรมอันดีของประเทศ

ในปีนี้คณะวิทยาศาสตร์ สจล. โดยภาควิชาคณิตศาสตร์ ได้ร่วมกับสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ โดยศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (CEPMART) ได้ร่วมกันเป็นเจ้าภาพจัดการประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ ครั้งที่ 25 ประจำปี 2564 (The 25th Annual Meeting in Mathematics : AMM 2021) ในหัวข้อ “Mathematics for Innovation Development” ที่จะเป็นการประชุมที่สำคัญ เป็นเวทีให้นักวิชาการ นักวิจัย นิสิต-นักศึกษา และผู้สนใจได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ และความคิดเห็นเชิงวิชาการทางด้านคณิตศาสตร์ผ่านการนำเสนอในรูปแบบบรรยาย มีวิทยากรบรรยายพิเศษรับเชิญที่มีชื่อเสียงหลายท่านนำเสนอในหัวข้อที่น่าสนใจทั้งในสาขาคณิตศาสตร์ และความสำคัญทางวิชาการของสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่มีส่วนในการพัฒนาประเทศ และนำไปสู่การสร้างเครือข่ายวิจัยร่วมกัน นอกจากนี้ยังมีองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในระดับสากล เพื่อการพัฒนาที่ยั่งยืนนำเสนอหลักการทางคณิตศาสตร์ทั้งภาคทฤษฎีและปฏิบัติเพื่อตอบโจทย์อุตสาหกรรมและความต้องการของประเทศ และยังมีการถ่ายทอดองค์ความรู้สู่ภาคชุมชนและสังคม

ในการนี้ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ขอขอบพระคุณ สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ โดยศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย (CEPMART) ที่ให้เกียรติกับสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบังได้เป็นเจ้าภาพในการจัดงานประชุมวิชาการในครั้งนี้ ขอบพระคุณวิทยากรทุกท่านที่ได้ให้เกียรติบรรยายให้ความรู้ มุมมองและประสบการณ์ที่สำคัญแก่ผู้เข้าร่วมประชุม และขอบพระคุณคณะกรรมการจัดงานทุกท่าน ที่ได้ทุ่มเทและสร้างสรรค์จัดงานการประชุมวิชาการให้ลุล่วงตามวัตถุประสงค์ได้อย่างดียิ่ง

รองศาสตราจารย์ ดร.อิทธิพล แจ้งชัด

คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

สารนำ

ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง มีความยินดีเป็นอย่างยิ่งที่ได้รับเกียรติเป็นเจ้าภาพจัดการประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ครั้งที่ 25 ประจำปี 2564 ในระหว่างวันที่ 27-29 พฤษภาคม พ.ศ. 2564 ภายใต้ชื่องาน The 25th Annual Meeting in Mathematics (AMM 2021) ในธีม "Mathematics for Innovation Development" การจัดประชุมวิชาการครั้งนี้ ได้รับความเห็นชอบจาก ศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย และการสนับสนุนของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ (CEM) และเป็นครั้งที่ 3 ที่ภาควิชาคณิตศาสตร์ "สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง" เป็นเจ้าภาพ

การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์นี้ กำหนดจัดประชุมเป็นประจำทุกปี ภายใต้ความร่วมมือกันของภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัย และสถาบันอุดมศึกษาทั่วประเทศ มีวัตถุประสงค์หลักเพื่อ 1) ให้คณาจารย์ นิสิต นักศึกษาของไทย ได้แลกเปลี่ยนความรู้ และติดตามความก้าวหน้าของงานวิจัยทางคณิตศาสตร์ 2) ให้คณาจารย์ นิสิต นักศึกษาของประเทศ ได้มีโอกาสพบปะแลกเปลี่ยนความรู้ ทำความรู้จักกัน เพื่อที่จะได้เกิดความร่วมมือและเป็นเครือข่ายกันทางวิชาการและการทำวิจัย และ 3) ปัจจุบันได้ขยายวัตถุประสงค์ให้เป็นที่เผยแพร่ผลงานวิจัยของ นิสิต นักศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา

ตามกำหนดเดิม จะจัดประชุมในปี พ.ศ.2563 แต่ด้วยสถานการณ์การแพร่ระบาดของเชื้อโคโรนาไวรัสสายพันธ์ใหม่ (COVID-19) จึงได้เลื่อนการประชุมมาจัดในปี พ.ศ.2564 แม้ว่าสถานการณ์จะยังคงอยู่ในระหว่างมาตรการการป้องกันการแพร่ระบาด แต่เพื่อให้กิจกรรมวิชาการดำเนินต่อไป เจ้าภาพจึงได้ปรับเปลี่ยนรูปแบบการประชุมเป็นแบบออนไลน์ โดยนอกจากจัดให้มีการนำเสนอผลงานวิจัยแล้ว เจ้าภาพได้เชิญวิทยากรแกนนำที่เป็นผู้เชี่ยวชาญในด้านต่างๆ ทั้งในประเทศและต่างประเทศ คือ ออสเตรเลีย อิตาลี ญี่ปุ่น แคนาดา บรรยายให้ความรู้ความก้าวหน้าของงานวิจัยเพื่อนวัตกรรมใหม่ๆ และการประยุกต์ทางด้านคณิตศาสตร์ อีกทั้งจัดอบรมเชิงปฏิบัติการ สำหรับการเรียนการสอนในหัวข้อ "Problem and Project based Learning" พร้อมจัดเวทีเสวนาจากผู้เชี่ยวชาญในหลากหลายสาขาในเรื่อง "Mathematics for Innovation Development" การจัดประชุมวิชาการครั้งนี้ ได้รับเกียรติจากนักวิจัยร่วมนำเสนอผลงานจำนวน 70 เรื่อง มีผู้เข้าร่วมประชุมประมาณ 300 คน

ในนามของคณะกรรมการจัดการประชุม ขอขอบคุณ คณะวิทยาศาสตร์ สจล. สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์ ศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ ที่ให้ความร่วมมือและสนับสนุนด้านงบประมาณ ขอขอบคุณวิทยากรและผู้ทรงคุณวุฒิผู้พิจารณาบทความ และคณะกรรมการจัดงานทุกท่าน ที่สละเวลาอันมีค่าให้กับการประชุมครั้งนี้ ทำงานหนัก จนงานประสบผลสำเร็จด้วยดี

คณะกรรมการจัดการประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์
ครั้งที่ 25 ประจำปี 2564

สารบัญ

รายนามผู้สนับสนุน ๑

สารจากอธิการบดีสถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ๒

สารจากผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ๓

สารจากนายกสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ๔

สารจากผู้อำนวยการศูนย์ความเป็นเลิศด้านคณิตศาสตร์ ๕

สารจากผู้อำนวยการศูนย์ส่งเสริมการวิจัยคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ๖

สารจากคณบดีคณะวิทยาศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ๗

สารนำจากคณะกรรมการจัดการประชุมฯ ๘

สารบัญ ๙

กำหนดการ ๑๒

Panel Discussion: Mathematics for Innovation Development ๑๕

Mathematical Education Workshop: Problems and Project Based Learning ๑๕

Keynote Speakers ๑๖

01 Algebra and Number Theory (AN)

AN-52 Prime properties of ordered ideals and regularities of ordered semirings

Saenthavisouk Phomthichith, Pakron Palakawong na Ayutthaya, and Bundit Pibaljommee 1-10

AN-57 Controllocalized solution of interval linear equation system

Kanokwan Burimas, Phantipa Thipwiwatpotjana, and Worrawate Leela-apiradee 11-24

AN-78 Regularity and isomorphisms on semigroups of full transformations with surjective restriction on the fixed set

Boonnisa Passararat and Preeyanuch Honyam 25-33

AN-80 การเปรียบเทียบการคำนวณค่าตัวกำหนดด้วยวิธีการลดรูป

พุทธา สักกะพลางกูร, จักรภัทร ขาวผ่อง, ชิษณุพงษ์ รัตนะวงศ์สวัสดิ์, บัญชา ภู่นุชสาลิกา และณัฐพร ชื่นเจริญ 33-44

02 Combinatorics and Graph Theory (CG)

CG-58 Enumeration of semistandard Young tableaux of some shapes

Nattanon Tualue and Ouamporn Phuksuwan 45-54

CG-69 An upper bound for the pebbling number related to the conjecture due to Chung

Nopparat Pleanmani, Nuttawoot Nupo and Somnuek Warawiset 55-60

CG-75 จำนวนแรมเซย์ไซส์เชื่อมโยงสำหรับการจับคู่และกราฟไม่เชื่อมโยงขนาดเล็กสองกราฟ

ศุกรศร รุ่งสว่างสาธิต และ สรศักดิ์ ลี้รัตนาวลี *61-68*

CG-88 Combination labelings and permutation labelings of star and double star

Sulawan Ruangrong, Sirirat Singhun and Ratinan Boonklurb *69-74*

05 Control Stability and Optimization (CO)

CO-55 Balancing workload and teaching preference in university course timetabling

Nipitta Burana and Phantipa Thipwiwatpotjana *75-82*

CO-96 Analysis and optimization method for cash withdrawal of ATM in India

Pannawit Kongmuangpak and Jessada Tanthanuch *83-87*

06 Differential Equations, Dynamical Systems, and their Applications (DE)

DE-89 Greybody factors and quasinormal frequencies of perfect fluid black holes in isotropic coordinate

Kunlapat Sansuk, Petarpa Boonserm, and Tritos Ngampitipan *88-98*

DE-90 New analytical solutions of the fourth order nonlinear AKNS water equation

Sirasrete Phoosree *99-103*

DE-93 Exact solutions to the Landau-Ginburg-Higgs by using modified simple equation method

Aungkanaporn Chankaew and Jiraporn Sanjun *104-112*

07 Mathematical Modelling (MM)

MM-53 Stochastic differential equation models for Arctic tern (Sterna paradisaea) migration

Viput Puttanugool, Khamron Mekchay, and Raywat Tanadkithirun *113-123*

MM-73 ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สำหรับระดับน้ำตาลกลูโคสในมนุษย์

ณัฐชา นูวบุตร และ กาญจนา คำนึงกิจ *124-129*

MM-114 Dynamics of the business cycle model with expectation and time delay

Ratchata Utama and Ekkachai Kunnawuttipreechachan *130-139*

08 Numerical Analysis and Scientific Computing (NS)

NS-112 The iterative grid search optimization for earthquake local magnitude calibration of Thailand

Mongkolchai Sukmee, Sutthipong Noisagool, Weerachai Siripunvaraporn, Songkhun Boonchaisuk, Satoru Tanaka, Yasushi Ishihara, Taewoon Kim, Hitoshi Kawakatsu, Nozomu Takeuchi, Kenji Kawai, and Yuki Suzuki *140-153*

09 Computer Science (CS)

CS-95 การสร้างตัวแบบที่ใช้ในการทำนายคะแนนแบบประเมินข้อเข่าเสื่อม WOMAC ของผู้ป่วยหลังผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่าด้วยวิศวกรรมคุณลักษณะและเทคนิคการเรียนรู้เครื่อง

ศรัณย์ชัย ศิลปะศร, ชนิกานต์ นิกูลรัมย์, เจษฎา ตัณฑนุช, บุระ สินธุภากร และ เบญจวรรณ โรจนดิษฐ 154-165

10 Mathematical Education (EDU)

EDU-109 การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิดทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์โดยใช้โครงงานเป็นฐานที่ส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์

โกมินทร์ บุญชู 166-180

11 Statistics (STAT)

STAT-64 การจัดกลุ่มลูกค้าอาหารสัตว์เลี้ยงจากพฤติกรรมการซื้อสินค้าตามแบรนด์และขนาดสินค้าโดยใช้ Cluster Analysis

กมลวรรณ ขอชัยดำรง, อัญชิสา พึ่งวิกรัย, สิรินยา ถนอมสัตย์ และ ณรรฐคุณ วิรุฬห์ศรี 181-196

STAT-91 การพยากรณ์การสั่งซื้อผลิตภัณฑ์อะไหล่ทองเหลือง

กิตตินันท์ ชุ่มรักษา, ธรรมนูญ วะดีศิริศักดิ์ และ พรทิพย์ เดชพิชัย 197-205

STAT-92 Forecasting personal housing credit using autoregressive integrated moving average model

Thassakorn Kasatesinsombat and Suntaree Unhapipat 206-218

STAT-100 The abnormal stock return and volatility in the Asian market during the COVID19 pandemic compare to the 2008 global financial

Sittisede Polwiang 219-227

STAT-102 Consistent estimator for measure of complete dependence in discrete setting

Anusart Kinon 228-237

STAT-119 Forecasting water level in Srinagarind Dam using extreme value model

Surawit Puwilai and Suntaree Unhapipat 238-244

STAT-120 การจัดกลุ่มสถานีตรวจอากาศ อุตุนิยมวิทยา ตามปัจจัยสภาพอากาศจากแบบจำลอง Conformal Cubic Atmospheric Model (CCAM)

ณัฐวดี จินะแปง, ปริยากร แย้มผลิ, สกุลรัตน์ พลอำนวย และ พรทิพย์ เดชพิชัย 245-256

คณะกรรมการจัดการประชุมฯ

คณะกรรมการฝ่ายวิชาการผู้ทรงคุณวุฒิ

นักศึกษาช่วยปฏิบัติงานจัดประชุมฯ

Proceedings of the 25th Annual Meeting in Mathematics (AMM 2021)
Department of Mathematics, Faculty of Science
King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang

การสร้างตัวแบบที่ใช้ในการทำนายคะแนนแบบประเมินข้อเข่าเสื่อม WOMAC ของผู้ป่วยหลังผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่าด้วยวิศวกรรมคุณลักษณะและเทคนิคการเรียนรู้ของเครื่อง

ศรัณย์ชัย ศิลปศร[a,†] ชนิกานต์ นิกูลรัมย์[a] เจษฎา ตัณฑนุช[a,*]
บุระ สินธุภากร[b,*] และ เบญจวรรณ โรจนดิษฐ[a,‡]
[a]สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี 30000
[b]สาขาวิชาออร์โธปิดิกส์ สำนักวิชาแพทยศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี 30000

บทคัดย่อ

จุดมุ่งหมายของการศึกษานี้คือ เพื่อศึกษาปัจจัยและสร้างตัวแบบในการทำนายคะแนนแบบประเมินข้อเข่าเสื่อม WOMAC ของผู้ป่วยหลังผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่า ซึ่งการศึกษาครั้งนี้รวบรวมข้อมูลผู้ป่วยที่มีการผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่าและติดตามผลการรักษาจากโรงพยาบาลมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารีจำนวน 1,254 ข้อมูล ในขั้นตอนการศึกษาปัจจัยต่อการทำนายได้ใช้เทคนิควิศวกรรมคุณลักษณะในการสร้างตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป จากนั้นนำปัจจัยที่ได้ไปสร้างตัวแบบด้วยเทคนิคการเรียนรู้ของเครื่องโดยวิธีเทคนิคแรนดอมฟอร์เรส และเกรเดียนท์บูตทรี แล้วนำไปเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป โปรแกรมที่ใช้หลักในการศึกษาคือ โปรแกรม RapidMiner Studio (รุ่น 9.8) ผลการศึกษาพบว่า การสร้างตัวแบบในการทำนายคะแนนแบบประเมินข้อเข่าเสื่อม WOMAC ของผู้ป่วยหลังผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่าโดยใช้เทคนิคแรนดอมฟอร์เรสและกลุ่มคุณลักษณะที่ 3 มีประสิทธิภาพที่ดีที่สุด โดยให้ค่ารากที่สองของความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองและค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยเป็น 5.915 ± 0.715, 35.447 ± 8.438 และ 4.198 ± 0.416 ตามลำดับ

คำสำคัญ: โรคข้อเข่าเสื่อม, แบบประเมินข้อเข่าเสื่อม WOMAC, ตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป, วิศวกรรมคุณลักษณะ, เทคนิคแรนดอมฟอร์เรส, เกรเดียนท์บูตทรี

2020 MSC: ปฐมภูมิ 68T09 ทุติยภูมิ 68U99

1 บทนำ

จากข้อมูลทางสถิติพบว่าประเทศไทยมีประชากรผู้ที่มีอายุตั้งแต่ 60 ปี ขึ้นไป ตั้งแต่ปีพุทธศักราช 2560 จนถึงปี

*ศูนย์ความเป็นเลิศด้านชีวกลศาสตร์ทางการแพทย์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
†ผู้นำเสนอ
‡ผู้แต่งหลัก
อีเมล: saranchai.sinl@gmail.com, chanikarn.up@gmail.com, jessada@g.sut.ac.th, bura@sut.ac.th, benjawan@sut.ac.th

พุทธศักราช 2563 เป็นสัดส่วนจำนวนร้อยละ 15.45, 16.05, 16.73 และ 17.57 ของประชากรทั้งประเทศตามลำดับ [1] ซึ่งเห็นได้ชัดเจนว่าประเทศไทยมีแนวโน้มที่จะมีสัดส่วนประชากรผู้สูงอายุเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง โดยสัดส่วนดังกล่าวเมื่อคิดเป็นจำนวนประชากรแล้ว ในปีพุทธศักราช 2563 ประเทศไทยมีประชากรในวัยเกษียณมากเป็นจำนวนถึง 11.6 ล้านคน หนึ่งในปัญหาใหญ่ของผู้สูงอายุที่อาจนำไปสู่ความพิการได้ คือโรคข้อเข่าเสื่อม โดยโรคข้อเข่าเสื่อมจะทำให้ผู้ป่วยมีอาการ ปวดเข่า เข่าบวมแดง เข่าฝืดยึด และมีเสียงดังในเข่า จนไม่สามารถประกอบกิจวัตรประจำวันได้ ทั้งนี้ยังไม่มีวิธีรักษาโรคข้อเข่าเสื่อมให้หายได้อย่างถาวร มีเพียงแต่การบรรเทาอาการของโรคให้ทุเลาลง ในทางการแพทย์การรักษาผู้ป่วยโรคข้อเข่าเสื่อมมีทั้งหมด 3 วิธีหลัก ได้แก่ การรักษาโดยไม่ใช้ยา การรักษาโดยใช้ยา และการผ่าตัด แต่สำหรับผู้ป่วยที่มีอาการของโรคข้อเข่าเสื่อมในระดับรุนแรง จะต้องรับการรักษาโดยการผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่า การรักษาด้วยวิธีดังกล่าวยังคงมีข้อเสียในเรื่องของค่าใช้จ่ายในการรักษาที่ค่อนข้างสูง [2] และยังส่งผลต่อการใช้ชีวิตประจำวันหลังจากการผ่าตัดอีกด้วย สำหรับการวินิจฉัยโรคข้อเข่าเสื่อมในปัจจุบันนั้น ประกอบไปด้วยการซักประวัติผู้ป่วย การตรวจร่างกาย และการเอกซเรย์ [3] แต่ในผู้ป่วยบางรายอาจจำเป็นที่จะต้องรับการตรวจโครงสร้างของข้อเข่าเพิ่มเติมด้วยการตรวจวินิจฉัยด้วยคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Magnetic Resonance Imaging-MRI) [4] ในปัจจุบันเพื่อความสะดวกในการตรวจวินิจฉัย ได้มีกลุ่มนักวิจัยร่วมกันพัฒนาและสร้างแบบประเมินความรุนแรงของโรคข้อเข่าเสื่อม โดยหนึ่งในแบบประเมินที่ได้รับความนิยมคือ แบบประเมิน Western Ontario and McMaster Universities Osteoarthritis (WOMAC) Survey Form แบบประเมินดังกล่าวเป็นแบบประเมินที่ประกอบด้วยคำถามจำนวน 24 ข้อ แบ่งเป็น 3 หมวด ได้แก่ หมวดที่ 1 เกี่ยวข้องกับระดับความเจ็บปวดของผู้ประเมินในอิริยาบถต่าง ๆ หมวดที่ 2 เกี่ยวข้องกับอาการฝืดหรือข้อติดของข้อเข่า และหมวดที่ 3 เกี่ยวข้องกับศักยภาพในการทำกิจกรรม ผู้ประเมินจะตอบแบบสอบถามโดยใช้ข้อมูลของตนเองระหว่างช่วงเวลา 48 ชั่วโมงก่อนทำแบบประเมินจนถึงช่วงทำแบบประเมิน โดยแต่ละข้อมีตัวเลือกในการประเมิน 5 ระดับ ได้แก่ None (0 คะแนน) Mild (1 คะแนน) Moderate (2 คะแนน) Severe (3 คะแนน) และ Extreme (4 คะแนน) โดยคะแนนจากการประเมินที่ได้ถูกเรียกว่า WOMAC score ซึ่งสามารถนำไปวิเคราะห์ทางการแพทย์เพื่อใช้ในการติดตามการรักษาของโรคข้อเข่าเสื่อม ถ้าผู้ป่วยได้ผลรวมคะแนนน้อย แพทย์จะวินิจฉัยว่าเป็นข้อเข่าเสื่อมรุนแรงและอาจจะมีการแนะนำให้มีการรักษาโดยการผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่า ทั้งนี้ระดับคะแนนนั้นไม่มีหลักเกณฑ์ที่แน่ชัดนัก ขึ้นอยู่กับการวินิจฉัยของแพทย์ แต่อย่างไรก็ตามแบบประเมินข้อเข่าเสื่อม WOMAC เป็นที่นิยมและถูกใช้อย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เพราะมีความสะดวกในการทำแบบประเมิน ใช้เวลาน้อยและไม่มีค่าใช้จ่าย

Artificial Intelligence (AI) หรือปัญญาประดิษฐ์ คือระบบประมวลผลขนาดใหญ่ซึ่งถูกพัฒนาให้สามารถคิด วางแผน วิเคราะห์และตัดสินใจอย่างมีเหตุผลโดยสามารถส่งผลออกมาเป็นการกระทำได้จากการประมวลผลบนฐานข้อมูลและยังคงสามารถดัดแปลงข้อมูลให้เข้ากับสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อีกด้วย ปัจจุบัน AI เริ่มเข้ามามีบทบาททางการแพทย์เพิ่มมากขึ้น อาทิ งานวิจัยของ Kuo-Ching Yuan และคณะ ได้ทำการพัฒนา AI ในการทำนายภาวะติดเชื้อในกระแสเลือดของผู้ป่วยในแผนกผู้ป่วยวิกฤต (Intensive Care Unit-ICU) ทำการศึกษาโดยใช้เทคนิค XGBoost ผลการวิจัยพบว่า AI สามารถให้การวินิจฉัยภาวะติดเชื้อในกระแสเลือดได้อย่างทันท่วงทีโดยมีความแม่นยำมากกว่า 80 เปอร์เซ็นต์ [5] อีกหนึ่งเทคโนโลยีที่เปรียบเสมือนกับสมองของ AI และมีบทบาททางการแพทย์เป็นอย่างมากนั้นก็คือ Machine Learning (ML) หรือ การเรียนรู้ของเครื่อง ซึ่งการนำการเรียนรู้ของเครื่องมาใช้ในทางการแพทย์โดยส่วนใหญ่ใช้ในการจำแนกผู้ป่วยหรือประเมินอาการของผู้ป่วยเฉกเช่นงานวิจัยของ Aleksei Tiulpin และคณะ ทำการศึกษาความต้องการในการผ่าตัดเปลี่ยนหัวเข่าของผู้ป่วยที่ไม่มีอาการ เริ่มมีอาการ และมีอาการระดับปานกลางของโรคข้อเข่าเสื่อมหลังจากการทดสอบร่างกายขั้นพื้นฐานโดยใช้เทคนิคเกรเดียนท์บูตแมชชีน (Gradient Boost Machine) ร่วมกับโครงข่ายประสาทแบบคอนโวลูชัน (Convolutional Neural Network-CNN) โดยงานวิจัยนี้ได้ใช้ชนิดการวัดประสิทธิภาพของตัวแบบคือพื้นที่ใต้กราฟ (Area Under Curve-AUC) โดยค่า AUC นั้นอยู่ในช่วง 0-1 ซึ่งยิ่งค่า AUC มีค่าเข้าใกล้ 1 นั่นมีหมายความว่าตัวแบบมีความแม่นยำสูง โดยผลการวิจัยพบว่าการเรียนรู้ของเครื่องนั้นให้ค่า AUC เท่ากับ 0.78 [6] จากงานวิจัยที่ได้กล่าวไปข้างต้นเห็นได้ว่า AI และ ML นั้นได้เข้ามามีบทบาทและมีประโยชน์ต่อวงการ

การแพทย์เป็นอย่างมาก ส่งผลให้ในปัจจุบันได้เริ่มมีการศึกษาและการวิจัยทางการแพทย์โดยใช้ AI และ ML เพิ่มมากขึ้นซึ่งสอดคล้องกับสถานการณ์โลกที่กำลังเข้าสู่สังคมดิจิทัล

การเรียนรู้ของเครื่องนั้นคือการทำให้คอมพิวเตอร์เรียนรู้ด้วยตัวเองโดยการใช้ข้อมูลโดยมีจุดมุ่งหมายให้คอมพิวเตอร์เข้าในรูปแบบความสัมพันธ์กับข้อมูลแล้วพิจารณาในกรณีที่มีข้อมูลนำเข้าใหม่แล้วข้อมูลเหล่านั้นควรมีผลลัพธ์ในการทำนายเป็นรูปแบบใด การเรียนรู้ของเครื่องสามารถแบ่งเป็น 3 ประเภทใหญ่ได้แก่ การเรียนรู้แบบมีผู้สอน (supervised learning) การเรียนรู้แบบไม่มีผู้สอน (unsupervised learning) และการเรียนรู้แบบเสริมแรง (reinforcement learning) โดยการเรียนรู้แบบมีผู้สอนเป็นการเรียนรู้ของเครื่องที่ถูกนำมาใช้กันมากที่สุดเนื่องจากหลักการทำงานเข้าใจได้ง่าย สามารถตีความได้ง่าย สามารถแก้ปัญหาการถดถอย (regression problem) และปัญหาการแยกประเภท (classification problem) การแก้ปัญหาการถดถอยนั้นเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร หนึ่งในเทคนิคที่นักวิจัยนิยมใช้ในการศึกษาหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต้น (independent variable) และตัวแปรตาม (dependent variable) คือตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป (Generalized Linear Model-GLM) เนื่องจากตัวแบบนั้นสามารถแสดงให้เห็นได้ว่าตัวแปรต้นแต่ละตัวมีอิทธิพลผลต่อตัวแปรตามอย่างไร การแจกแจงของตัวแปรตามสามารถเป็นการแจกแจงเลขชี้กำลังได้ทุกรูปแบบและยังสามารถใช้ได้กับข้อมูลที่มีขนาดใหญ่อีกด้วย

วัตถุประสงค์ในการศึกษานี้ คือเพื่อศึกษาการหาปัจจัยและสร้างตัวแบบทำนาย WOMAC Score ของผู้ป่วยหลังผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่าโดยใช้เทคนิคการเรียนรู้ของเครื่อง โดยการศึกษาปัจจัยต่อการทำนายใช้เทคนิควิศวกรรมคุณลักษณะสร้างโดยตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป ทั้งนี้การสร้างตัวแบบจะพิจารณาตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป และตัวแบบที่ถูกสร้างด้วยเทคนิคการเรียนรู้ของเครื่อง ซึ่งในที่นี้จะพิจารณา 2 เทคนิคเฉพาะได้แก่ เทคนิคแรนดอมฟอร์เรส (random forest technique) และเกรเดียนท์บูตทรี (gradient boost tree) จากนั้นตัวแบบทั้งสามถูกนำมาวิเคราะห์ประสิทธิภาพด้วย ค่าคลาดเคลื่อนรากกำลังสองเฉลี่ย (root mean square error-RMSE) ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสอง (square error-SE) และค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ย (mean absolute error-MAE)

1.2 การรวบรวมข้อมูล

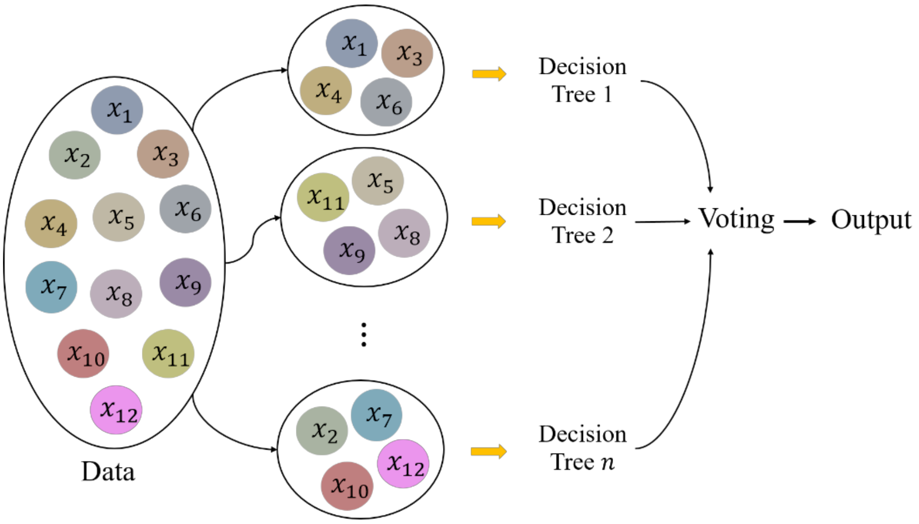
งานวิจัยนี้ใช้ข้อมูลแบบสอบถามที่รวบรวมจากผู้ป่วยที่มาเข้ารับการผ่าตัดข้อเข่าเสื่อมโดย ผศ. พ.ท. นพ.บุระ สินธุภากร เป็นผู้ทำการรักษาและผ่าตัดข้อเข่าให้กับผู้ป่วยโรงพยาบาลมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี โดยมีการเก็บข้อมูลตั้งแต่ปีพุทธศักราช 2550 ถึงปีพุทธศักราช 2561 เป็นจำนวน 1,254 ข้อมูล งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่าง WOMAC Score หลังการผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่าและกิจกรรมของผู้ป่วยโดยมีตัวแปรอิสระได้แก่ อายุ เพศ ส่วนสูง น้ำหนัก องศาการเคลื่อนไหวของข้อเข่าก่อนผ่าตัด องศาการเคลื่อนไหวของข้อเข่าหลังผ่าตัด ผลรวมคะแนนประเมิน WOMAC ก่อนการผ่าตัด ความพึงพอใจของผู้ป่วย ความสามารถในการกลับมาทำกิจวัตรประจำวัน เดินบนพื้นราบ เดินขึ้นเดินลงบันได นั่งเก้าอี้ การเข้า-ออกจากรถ นอนหงายบนที่นอน ท่าสควอท นั่งบนพื้น ปั่นจักรยาน ปัญหาหลังการผ่าตัดและเดินโดยไม่ใช้อุปกรณ์ช่วย และตัวแปรตามได้แก่ ผลรวมคะแนนประเมิน WOMAC หลังการผ่าตัด ซึ่งมีผลรวมคะแนนตั้งแต่ 0-100

2 ความรู้พื้นฐาน

2.1 เทคนิคแรนดอมฟอร์เรส

เทคนิคแรนดอมฟอร์เรส (Random Forest-RF) ได้ถูกนำเสนอครั้งแรกในปีคริสต์ศักราช 1995 โดย Tin Kam และในภายหลังได้ถูกพัฒนาต่อยอดโดย Leo Breiman แรนดอมฟอร์เรสเป็นหนึ่งในหลายเทคนิคที่เป็นที่นิยมใช้ในการแก้ปัญหาเนื่องจากเป็นเทคนิคที่ใช้เวลาในการสร้างตัวแบบน้อย ให้ผลลัพธ์ที่มีความแม่นยำสูงและยังสามารถจัดการกับคุณลักษณะ (feature) จำนวนมากได้อีกด้วย โดยการสร้างตัวแบบนั้นจะนำต้นไม้

ตัดสินใจ (decision tree) ตั้งแต่หนึ่งตัวแบบขึ้นไปมาช่วยสร้างตัวแบบของแรนดอมฟอร์เรสซึ่งการสร้างต้นไม้ตัดสินใจแต่ละตัวแบบนั้นจะทำการสุ่มข้อมูล (bootstrapping dataset) จากชุดข้อมูลทั้งหมด (dataset) และสุ่มคุณลักษณะจากชุดข้อมูลที่ถูกสุ่มนำมาสร้างตัวแบบต้นไม้ตัดสินใจ โดยกลุ่มข้อมูลที่ถูกสุ่มมานั้นจะมีความแตกต่างกันไปจึงทำให้ได้ตัวแบบต้นไม้ตัดสินใจมีความแตกต่างกัน ในส่วนของข้อมูลที่ไม่ได้ถูกสุ่มมาสร้างตัวแบบ (out-of-bag dataset) นั้นจะถูกนำมาเป็นข้อมูลทดสอบ (test data) กับตัวแบบต้นไม้ตัดสินใจแต่ละตัวแบบโดยผลลัพธ์ในการทำนายของเทคนิคแรนดอมฟอร์เรสในกรณีของปัญหาการถดถอย (regression problem) จะทำการประเมินผลลัพธ์ด้วยค่าเฉลี่ย (average) และในกรณีปัญหาการจำแนกประเภท (classification problem) จะทำการประเมินผลลัพธ์โดยการโหวต (voting) [7-8]

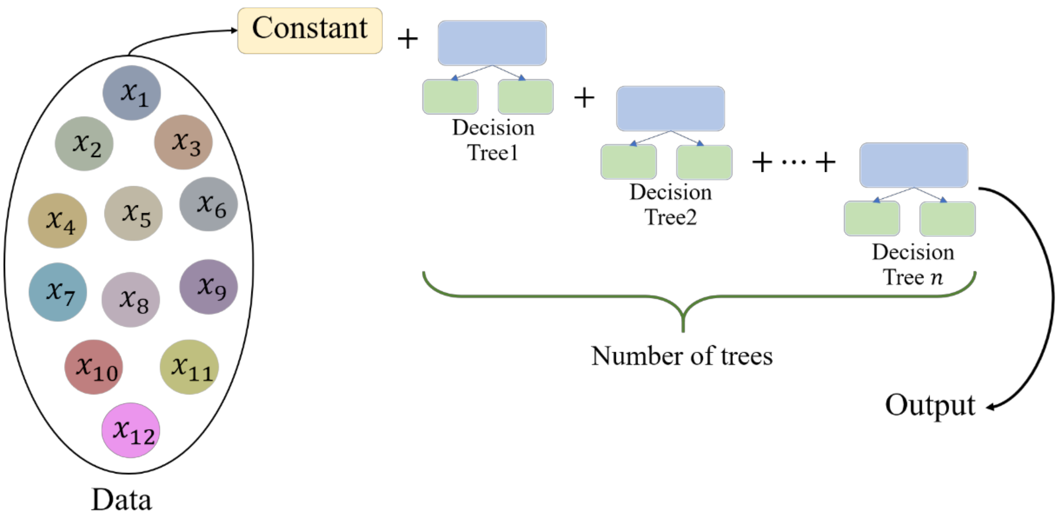


รูปที่ 1 แนวคิดเทคนิคแรนดอมฟอร์เรส

2.2 เกรเดียนท์บูตทรี

เกรเดียนท์บูตทรี (Gradient Boost tree-GBT) เป็นหนึ่งในเทคนิคการเรียนรู้ของเครื่องซึ่งใช้ในการแก้ปัญหาการถดถอยและปัญหาการจำแนกประเภท โดยหลักการสร้างตัวแบบจะทำการสร้างการเรียนรู้อย่างอ่อน (weak learning) เช่น ต้นไม้ตัดสินใจ ซ้ำกันหลาย ๆ ตัวแบบ โดยการสร้างการเรียนรู้อย่างอ่อนแต่ละครั้งนั้นจะให้ความสำคัญกับความคลาดเคลื่อนจากการเรียนรู้อย่างอ่อนก่อนหน้า ผลการทำนายของตัวแบบนั้นมาจากการรวมกันของผลลัพธ์ของการเรียนรู้อย่างอ่อน

GBT เป็นเทคนิคที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายเนื่องจากให้ความแม่นยำที่สูง สามารถจัดการกับข้อมูลสูญหาย (missing value) มีพารามิเตอร์หลากหลายให้ปรับเพื่อให้เหมาะสมกับตัวแบบอาทิ จำนวนต้นไม้ (number of tree) จำนวนชั้นสูงสุดของต้นไม้ (maximal depth) อัตราการเรียนรู้ (learning rate)

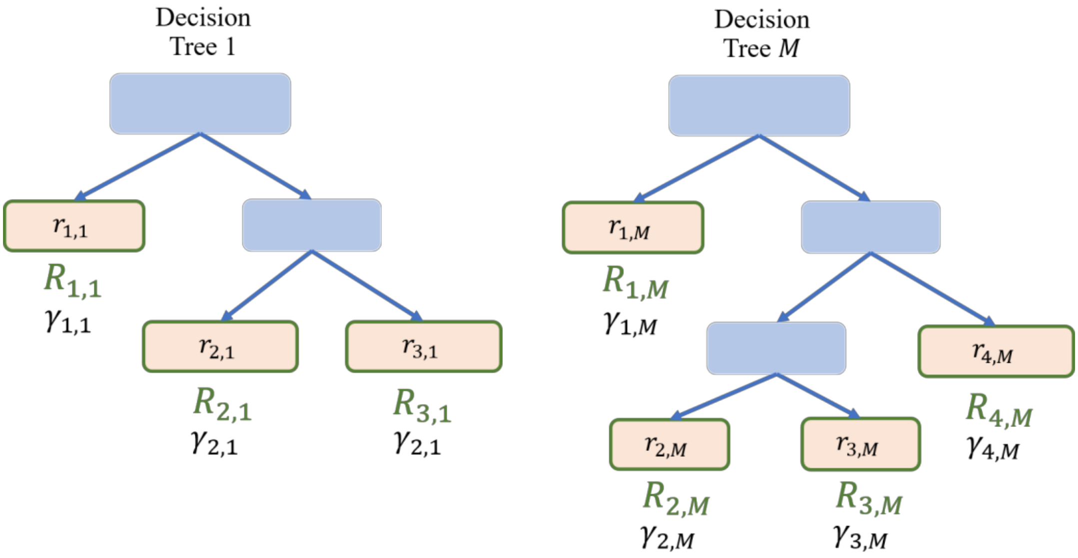


รูปที่ 2 แนวคิดเกรเดียนท์บูตทรี

โดยอัลกอริทึมของเกรเดียนท์บูตทรีมีดังต่อไปนี้ [9-10]

ตารางที่ 1 Friedman's Gradient Boost algorithm

การนำเข้า	• นำข้อมูลเข้า $(x_1, y_1),(x_2, y_2),\ldots,(x_n, y_n)$ • เลือกจำนวนการทำซ้ำ M • เลือกตัวแบบการเรียนรู้อย่างอ่อน $f(x)$ • เลือกฟังก์ชันการสูญเสีย $L(y, f(x))$
อัลกอริทึม	ขั้นตอนที่ 1: เริ่มต้นตัวแบบด้วยค่าคงที่ $f_0(x) = \arg\min_{\gamma} \sum_{i=1}^{n} L(y_i, \gamma)$
	ขั้นตอนที่ 2: สำหรับ $m = 1,\ldots,M$
	2.1: คำนวณ $r_{i,m} = -\left[\frac{\partial L(y_i, f(x_i))}{\partial f(x_i)}\right]_{f(x)=f_{m-1}(x)}$ โดย $i = 1,2,\ldots,n.$
	2.2: เตรียมชุดฝึกใหม่เป็น $\{x_i, r_{i,m}\}_{i=1}^{n}$ และสร้าง $R_{j,m}$ โดย $j = 1,2,\ldots,J_m$
	2.3: สำหรับ $j = 1,2,\ldots,J_m$ คำนวณตัวคูณ $\gamma_{j,m} = \arg\min_{\gamma} \sum_{i=1}^{n} L(y_i, f_{m-1}(x_i) + \gamma)$
	2.4: ปรับตัวแบบตัวแบบ $f_m(x) = f_{m-1}(x) + \nu \sum_{j=1}^{J_m} \gamma_{j,m} I(x \in R_{j,m})$ โดยที่ ν คืออัตราการเรียนรู้ และ I คือฟังก์ชันบ่งชี้
	ขั้นตอนที่ 3: ผลลัพธ์ $f_M(x)$



รูปที่ 3 องค์ประกอบของเกรเดียนท์บูตทรี

2.3 วิศวกรรมคุณลักษณะ

วิศวกรรมคุณลักษณะ (Feature Engineering) เป็นการคัดเลือกคุณลักษณะและเปลี่ยนแปลงข้อมูลเพื่อนำไปใช้ให้เข้ากับการเรียนรู้ของเครื่อง เทคนิคนี้เป็นอีกจุดหนึ่งที่สำคัญของการเรียนรู้ของเครื่องเนื่องจากในส่วนของขั้นตอนการสร้างตัวแบบ ผู้วิจัยส่วนมากจะเสียเวลาส่วนใหญ่ในส่วนของวิศวกรรมคุณลักษณะและการทำความสะอาดข้อมูล (cleaning data) การเลือกใช้คุณลักษณะให้เข้ากับตัวแบบนั้นจะมีโอกาสลดความซับซ้อนของตัวแบบและทำให้ตัวแบบมีการทำงานได้ง่ายยิ่งขึ้น [11-12]

2.3.1 การเลือกคุณลักษณะ

การเลือกคุณลักษณะ (Feature Selection) เป็นเทคนิคที่ใช้ในการขจัดคุณลักษณะที่มีผลต่อการทำนายเพียงเล็กน้อยเพื่อลดความซับซ้อนของตัวแบบ โดยจุดมุ่งหมายของการเลือกคุณลักษณะคือการเพิ่มความไวในการคำนวณแต่ลดประสิทธิภาพความแม่นยำของตัวแบบลงเพียงเล็กน้อย ตัวอย่างของการเลือกคุณลักษณะเช่น วิธีแรพเพอร์ (wrapper method) วิธีฟิลเตอร์ (filter method) [12]

2.3.2 การสกัดคุณลักษณะ

การสกัดคุณลักษณะ (Feature Extraction) เป็นเทคนิคที่ต้องการลดจำนวนของคุณลักษณะลงโดยการนำคุณลักษณะที่มีมากระทำการร่วมกันเพื่อให้เกิดเป็นคุณลักษณะใหม่โดยถึงแม้ว่าตัวแบบนั้นจะมีความซับซ้อนมากขึ้นแต่ก็มีประสิทธิภาพความแม่นยำเพิ่มขึ้นด้วยเช่นกัน

2.3.3 วิศวกรรมคุณลักษณะอัตโนมัติ

ในปีคริสต์ศักราช 2015 นักวิจัยของสถาบัน Massachusetts Institute of Technology ได้นำเสนอขั้นตอนการสังเคราะห์คุณลักษณะเชิงลึก (deep feature synthesis) [13] ซึ่งเป็นพื้นฐานเบื้องหลังของเทคนิควิศวกรรมคุณลักษณะอัตโนมัติ (automatic feature engineering) โดยเทคนิคนี้จะทำการสร้างคุณลักษณะใหม่และกำจัดคุณลักษณะโดยอัตโนมัติภายใต้ตัวแบบที่เรากำหนด การแสดงให้เห็นถึง

ประสิทธิภาพของวิศวกรรมคุณลักษณะอัตโนมัติด้วยการแข่งขันกับทีมมนุษย์ 906 ทีม โดยสามารถเอาชนะได้ 615 ทีม ปัจจุบันการสังเคราะห์คุณสมบัติเชิงลึกได้มีการถูกเผยแพร่จึงทำให้มีการนำมาใช้กันอย่างแพร่หลาย เนื่องจากมีส่วนช่วยให้นักวิทยาศาสตร์ข้อมูลสามารถลดเวลาในการสร้างและกำจัดคุณลักษณะ บนความผิดพลาดที่ยอมรับได้

2.4 ค่าคลาดเคลื่อน

ค่าคลาดเคลื่อน (error) คือค่าความต่างของค่าจริงของตัวแปรตามและค่าประมาณของตัวแปรตาม

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i,\ i = 1, 2, \ldots, n \qquad (2.4)$$

โดยที่ e_i คือค่าคลาดเคลื่อน
Y_i คือค่าจริงของตัวแปรตาม
$\hat{Y}_i$ คือค่าประมาณของตัวแปรตาม
n คือขนาดของตัวอย่าง

โดยการศึกษานี้ได้ทำการวิเคราะห์ประสิทธิภาพด้วยค่าคลาดเคลื่อนดังต่อไปนี้ [14]

ตารางที่ 2 ประเภทของค่าคลาดเคลื่อน

Root mean square error (RMSE)	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} e_i^2}{n}}$
Square error (SE)	$SE = \sum_{i=1}^{n} e_i^2$
Mean absolute error (MAE)	$MAE = \frac{\sum_{i=1}^{n} \lvert e_i \rvert}{n}$

2.5 การเตรียมข้อมูลสำหรับการสร้างตัวแบบ

การศึกษานี้ได้ทำการกำจัดคุณลักษณะที่บ่งบอกถึงตัวบุคคล ข้อมูลที่มีการซ้ำกันมากและไม่มีผลต่อการสร้างตัวแบบออกจากข้อมูลนำเข้า และทำการสร้างคุณลักษณะใหม่คือ ดัชนีมวลกาย (body mass index-BMI) โดยสร้างจากคุณลักษณะน้ำหนักและส่วนสูง และแปลงข้อมูลของคุณลักษณะเดินโดยไม่ใช้อุปกรณ์ช่วย จากข้อมูลเดิมมีหน่วยเป็นสัปดาห์ เดือนและปี แปลงหน่วยให้เป็นจำนวนเดือนเพียงอย่างเดียว

หลังจากนั้นได้แบ่งกลุ่มคุณลักษณะออกเป็น 2 กลุ่ม เพื่อทำการเปรียบเทียบตัวแบบ โดยกลุ่มคุณลักษณะที่ 1 มีดังต่อไปนี้

ตารางที่ 3 ตารางแสดงกลุ่มคุณลักษณะที่ 1

ชื่อตัวแปร	คุณลักษณะ	ลักษณะข้อมูล
X_1	เพศ	1: ชาย, 2: หญิง
X_2	อายุ	จำนวนปี ตั้งแต่ 47-85

X_3	การเข้า-ออกจากรถ	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_4	นอนหงายบนที่นอน	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_5	ความพึงพอใจของผู้ป่วย	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_6	ความสามารถในการกลับมาทำกิจวัตรประจำวัน	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_7	นั่งเก้าอี้	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_8	เดินบนพื้นราบ	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_9	องศาการเคลื่อนไหวของข้อเข่าหลังผ่าตัด	1: 0-45 องศา, 2: 46-90 องศา, 3: 91-135 องศา, 4: 136 องศา เป็นต้นไป
X_{10}	เดินโดยไม่ใช้อุปกรณ์ช่วย	จำนวนเดือน ตั้งแต่ 0.46-24
X_{11}	ดัชนีมวลกาย	เชิงปริมาณ (จำนวนจริง)

กลุ่มคุณลักษณะที่ 2 ทางผู้วิจัยเลือกคุณลักษณะดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4 ตารางแสดงกลุ่มคุณลักษณะที่ 2

ชื่อตัวแปร	คุณลักษณะ	ลักษณะข้อมูล
X_1	เพศ	1: ชาย, 2: หญิง
X_2	อายุ	จำนวนปี ตั้งแต่ 47-85
X_3	การเข้า-ออกจากรถ	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_4	นอนหงายบนที่นอน	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_5	ความพึงพอใจของผู้ป่วย	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_6	ความสามารถในการกลับมาทำกิจวัตรประจำวัน	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_7	นั่งเก้าอี้	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_8	เดินบนพื้นราบ	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_9	องศาการเคลื่อนไหวของข้อเข่าหลังผ่าตัด	1: 0-45 องศา, 2: 46-90 องศา, 3: 91-135 องศา, 4: 136 องศา เป็นต้นไป
X_{10}	เดินโดยไม่ใช้อุปกรณ์ช่วย	จำนวนเดือน ตั้งแต่ 0.46-24
X_{11}	ดัชนีมวลกาย	เชิงปริมาณ (จำนวนจริง)
X_{12}	ปัญหาหลังการผ่าตัด	0: ไม่มีปัญหา, 1: มีปัญหา
X_{13}	ปั่นจักรยาน	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_{14}	เดินขึ้นเดินลงบันได	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_{15}	นั่งบนพื้น	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก
X_{16}	ท่าสควอท	1: ไม่พอใจ, 2: ปกติ, 3: พอใจ, 4: พอใจมาก

X_{17}	องศาการเคลื่อนไหวของข้อเข่าก่อนผ่าตัด	1: 0-45 องศา, 2: 46-90 องศา, 3: 91-135 องศา, 4: 136 องศา เป็นต้นไป
X_{18}	WOMAC Score ก่อนผ่าตัด	คะแนน ตั้งแต่ 15.2-100

หลังจากนั้นนำคุณลักษณะทั้งสองกลุ่มเข้าสู่กระบวนการวิศวกรรมคุณลักษณะอัตโนมัติสร้างโดยตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป เป็นผลให้ได้กลุ่มคุณลักษณะใหม่ดังนี้

กลุ่มคุณลักษณะที่ 3 ซึ่งได้มาจากการนำกลุ่มคุณลักษณะที่ 1 เข้าสู่กระบวนการวิศวกรรมคุณลักษณะอัตโนมัติมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้ เดินโดยไม่ใช้อุปกรณ์ช่วย ความสามารถในการกลับมาทำกิจวัตรประจำวัน ความพึงพอใจของผู้ป่วย ดัชนีมวลกาย และ $\log\left(\max\left\{X_5, X_{10}\right\}\right)$

กลุ่มคุณลักษณะที่ 4 ซึ่งได้มาจากการนำกลุ่มคุณลักษณะที่ 2 เข้าสู่กระบวนการวิศวกรรมคุณลักษณะอัตโนมัติมีคุณลักษณะดังต่อไปนี้ ดัชนีมวลกาย นั่งเก้าอี้ ปัญหาหลังการผ่าตัด เดินขึ้นเดินลงบันได $e^{X_{10}}$, $\sqrt{X_{10}}$, $X_{16} \times X_{18}$, $\min\left\{X_6, X_{10}\right\}$ และ $X_7 \div X_{12}$ ซึ่งในกรณีที่ $X_{12} = 0$ แล้ว $X_7 \div X_{12} = 3.026$

2.6 สร้างตัวแบบทำนาย

กระบวนการต่อมาคือการนำกลุ่มคุณลักษณะที่ 3 และ 4 นำเข้าสู่กระบวนการสร้างตัวแบบโดยการศึกษานี้ได้ใช้การทดสอบประสิทธิภาพของตัวแบบด้วยวิธีการตรวจสอบไขว้ (Cross-Validation) เพื่อให้ข้อมูลทุกตัวนั้นมีโอกาสในการเป็นข้อมูลชุดสอน (training data) และข้อมูลทดสอบ โดยทำการเลือกแบ่งข้อมูลเป็น 10 ส่วน จากนั้นทำการสร้างตัวแบบโดยตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป เทคนิคแรนดอมฟอร์เรสและเกรเดียนท์บูตทรี ผ่านชุดคำสั่งลูปพารามิเตอร์ (loop parameters) เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ (parameter) ของแต่ละตัวแบบที่ส่งผลให้ตัวแบบนั้นมีค่าคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดในช่วงพารามิเตอร์ที่ศึกษา โดยพารามิเตอร์และช่วงพารามิเตอร์ที่ศึกษาของแต่ละเทคนิคมีดังต่อไปนี้

ตารางที่ 5 ตารางแสดงพารามิเตอร์ของแต่ละตัวแบบ

ตัวแบบ	พารามิเตอร์	ค่าของพารามิเตอร์
ตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป	lambda (LD)	$0, 0.1, 0.2, \ldots, 1$
(solve: IRLS)	number of lambdas (NLD)	$0, 1, 2, \ldots, 10$
	alpha (AL)	$0, 0.1, 0.2, \ldots, 1$
เทคนิคแรนดอมฟอร์เรส	number of trees (NBT)	$1, 11, 21, 31, \ldots, 200$
	maximal depth (MD)	$1, 2, \ldots, 20$
	minimal size for split (MSS)	$1, 2, 3, \ldots, 10$
เทคนิคเกรเดียนท์บูตทรี	number of trees (NBT)	$1, 11, 21, 31, \ldots, 200$
	maximal depth (MD)	$1, 2, 3, \ldots, 20$
	number of bins (NB)	$2, 3, 4, \ldots, 30$

3 ผลการศึกษา

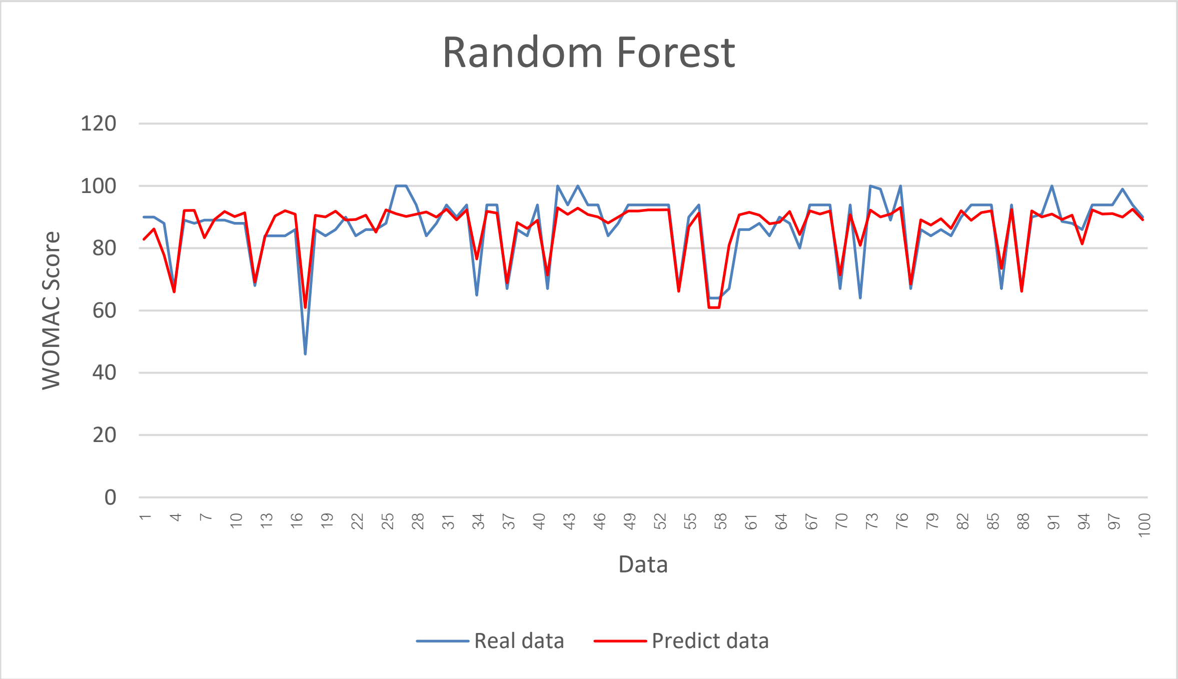
จากการศึกษาพบว่าการสร้างตัวแบบด้วยตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไป เทคนิคแรนดอมฟอร์เรสและเกรเดียนท์บูตทรี ผ่านชุดคำสั่งลูปพารามิเตอร์ ค่าพารามิเตอร์ที่ส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดในแต่ละตัวแบบแสดงในตารางที่ 6 และตารางที่ 7 ตามลำดับ

ตารางที่ 6 แสดงผลค่าพารามิเตอร์ที่ส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดในแต่ละตัวแบบของกลุ่มคุณลักษณะที่ 3

	RMSE	SE	MAE	LD	NLD	AL	NT	MD	MSS	NB
GLM	6.889 ± 0.554	47.739 ± 7.571	5.065 ± 0.378	0	0	0	-	-	-	-
RF	5.915 ± 0.715	35.447 ± 8.438	4.198 ± 0.416	-	-	-	190	17	5	-
GBT	5.993 ± 0.688	36.342 ± 8.338	4.191 ± 0.422	-	-	-	200	14	-	18

ตารางที่ 7 แสดงผลค่าพารามิเตอร์ที่ส่งผลให้ค่าความคลาดเคลื่อนน้อยที่สุดในแต่ละตัวแบบของกลุ่มคุณลักษณะที่ 4

	RMSE	SE	MAE	LD	NLD	AL	NT	MD	MSS	NB
GLM	6.794 ± 0.591	46.473 ± 8.178	4.905 ± 0.339	0	0	0	-	-	-	-
RF	5.809 ± 0.846	34.388 ± 9.987	4.081 ± 0.434	-	-	-	200	20	9	-
GBT	5.898 ± 0.760	35.305 ± 9.222	4.119 ± 0.429	-	-	-	200	18	-	27



รูปที่ 4 กราฟแสดงผลระหว่างข้อมูลจริงและข้อมูลที่ได้จากการทำนายของตัวแบบจากเทคนิคแรนดอมฟอร์เรส ในตารางที่ 6 จำนวน 100 ข้อมูล

สรุปผล

จากการสร้างตัวแบบเพื่อใช้ในการทำนาย WOMAC Score หลังการผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่าสำหรับกลุ่มคุณลักษณะที่ 3 ตัวแบบที่มีความเหมาะสมที่สุดคือตัวแบบจากเทคนิคแรนดอมฟอร์เรส โดยมีค่าพารามิเตอร์ของจำนวนต้นไม้ที่ถูกสร้าง (number of trees) เท่ากับ 190 ค่าความลึกของต้นไม้ (maximal depth) เท่ากับ 17 และจำนวนข้อมูลขั้นต่ำในการแยก (minimal size for split) เท่ากับ 5 ซึ่งให้ค่าคลาดเคลื่อนรากกำลังสองเฉลี่ย ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองและค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยเท่ากับ 5.915 ± 0.715 , 35.447 ± 8.438 และ 4.198 ± 0.416 ตามลำดับ และสำหรับกลุ่มคุณลักษณะที่ 4 ตัวแบบที่มีความเหมาะสมที่สุดคือตัวแบบจากเทคนิคแรนดอมฟอร์เรส โดยมีค่าพารามิเตอร์ของจำนวนต้นไม้ที่ถูกสร้างเท่ากับ 200 ค่าความลึกของต้นไม้เท่ากับ 20 และจำนวนข้อมูลขั้นต่ำในการแยกเท่ากับ 9 ซึ่งให้ค่าคลาดเคลื่อนรากกำลังสองเฉลี่ย ค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองและค่าคลาดเคลื่อนสัมบูรณ์เฉลี่ยเท่ากับ 5.809 ± 0.846 , 34.388 ± 9.987 และ 4.081 ± 0.434 ตามลำดับ

จากการสร้างตัวแบบเพื่อใช้ในการทำนาย WOMAC Score หลังการผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่าสำหรับกลุ่มคุณลักษณะที่ 3 และกลุ่มคุณลักษณะที่ 4 นั้นพบว่าตัวแบบที่หมาะสมที่สุดคือตัวแบบจากเทคนิคแรนดอมฟอร์เรส ตัวแบบที่เหมาะสมรองลงมาได้แก่ตัวแบบจากเทคนิคเกรเดียนท์บูตทรีและตัวแบบเชิงเส้นวางนัยทั่วไปตามลำดับ และเนื่องจากจำนวนคุณลักษณะของกลุ่มที่ 3 มีจำนวนน้อยกว่ากลุ่มคุณลักษณะที่ 4 (ซึ่งการที่จำนวนคุณลักษณะนั้นมีจำนวนน้อยจะส่งผลให้ความซับซ้อนของตัวแบบน้อยซึ่งจะทำให้ตัวแบบนั้นมีประสิทธิภาพในการทำนายดีกว่า) และเนื่องจากความคลาดเคลื่อนไม่ได้แตกต่างกันมาก ดังนั้นตัวแบบที่ใช้ในการทำนายคะแนนแบบประเมินข้อเข่าเสื่อม WOMAC ของผู้ป่วยหลังการผ่าตัดเปลี่ยนข้อเข่าสร้างโดยตัวแบบจากเทคนิคแรนดอมฟอร์เรสโดยใช้กลุ่มคุณลักษณะที่ 3 จึงเป็นตัวแบบที่มีประสิทธิภาพดีที่สุด

กิตติกรรมประกาศ ขอบคุณผู้ทรงคุณวุฒิทุกท่านที่ได้ให้ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะต่าง ๆ เพื่อปรับปรุงงานวิจัยนี้ ขอขอบคุณทุนกิตติบัณฑิตในการศึกษาในระดับมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี และศูนย์ความเป็นเลิศด้านชีวกลศาสตร์ทางการแพทย์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

References

[1] กรมกิจการสถิติผู้สูงอายุ, *สถิติผู้สูงอายุของ ประเทศไทย 77 จังหวัด*, สืบค้นจาก http://www.dop.go.th/th/know/1

[2] Arthritis Foundation. *Arthritis by The Numbers*. สืบค้นจาก https://www.arthritis.org/getmedia/e1256607-fa87-4593-aa8a-8db4f291072a/2019-abtn-final-march-2019.pdf

[3] สำนักงานสาธารณสุขจังหวัดเชียงใหม่, *โรคข้อเข่าเสื่อม*, สืบค้นจาก https://www.chiangmaihealth.go.th/cmpho_web/document/160107145214199099.ppt

[4] โรงพยาบาลสมิติเวช ไชน่าทาวน์, *โรคข้อเข่าเสื่อม ต้องตรวจอะไรบ้าง*, สืบค้นจาก https://www.samitivejchinatown.com/th/health-article/Knee-Examination

[5] Yuan, K.-C., Tsai, L.-W., Lee, K.-H., Cheng, Y.-W., Hsu, S.-C., Lo, Y.-S., & Chen, R.-J. (2020). *The development an artificial intelligence algorithm for early sepsis diagnosis in the intensive care unit.* International Journal of Medical Informatics, 141, Article 104176. https://doi:10.1016/j.ijmedinf.2020.104176

[6] Tiepin, A., Klein, S., Bierman-Zeinstra, S. M. A., Thevenot, J., Rahtu, E., Meurs, J. van, … Saarakkala, S. (2019). *Multimodal Machine Learning-based Knee Osteoarthritis Progression Prediction from Plain Radiographs and Clinical Data*. Scientific Reports, *9*(1). https://doi:10.1038/s41598-019-56527-3

[7] Adele CutlerRandom, *Forests For Regression and Classification*, สืบค้นจาก https://math.usu.edu/adele/randomforests/ovronnaz.pdf

[8] Svetnik, V., Liaw, A., Tong, C., Culberson, J. C., Sheridan, R. P., Feuston, B. P. (2003). *Random Forest: A Classification and Regression Tool for Compound Classification and QSAR Modeling.* Journal of Chemical Information and Computer Sciences, *43*(6), 1947–1958. https://doi:10.1021/ci034160g

[9] Natekin, A., & Knoll, A. (2013). *Gradient boosting machines*, a tutorial. Frontiers in Neurorobotics, 7. https://doi:10.3389/fnbot.2013.00021

[10] Josh Starmer, (2019, April 2)*, Gradient Boost Part 2 (of 4): Regression Details* [Video file], สืบค้นจาก https://www.youtube.com/watch?v=2xudPOBz-vs&ab_channel=StatQuestwithJoshStarmer

[11] Kokkotis, C., Moustakidis, S., Papageorgiou, E., Giakas, G., Tsaopoulos, D. E. (2020), *Machine learning in knee osteoarthritis: A review*. Osteoarthritis and Cartilage Open, *Volume 2*, *Issue 3*, Article 100069. https://doi.org/10.1016/j.ocarto.2020.100069

[12] Alice Zheng and Amanda Casari. (2018). *Feature Engineering for Machine Learning* (1st ed.). USA: O'Reilly Media.

[13] Kanter, J. M., & Veeramachaneni, K. (2015). *Deep feature synthesis: Towards automating data science endeavors.* 2015 IEEE International Conference on Data Science and Advanced Analytics (DSAA). https://doi:10.1109/dsaa.2015.7344858

[14] Botchkarev, A. (2018). *Evaluating Performance of Regression Machine Learning Models Using Multiple Error Metrics in Azure Machine Learning Studio.* SSRN Electronic Journal. https://doi:10.2139/ssrn.3177507