

ประวัติของโซลิตอน

ในปี ค.ศ. 1834 วิศวกรหนุ่มชาวสกอต นามว่า จอห์น สกอต รัสเซล (John Scott Russell) ได้สังเกตเห็นปรากฏการณ์หนึ่งในระหว่างการทดลองเพื่อหาพารามิเตอร์เพื่อเปรียบเทียบค่าแรงม้า¹ สำหรับการวัดกำลังของเครื่องยนต์เรือ เขาพบว่า เมื่อหยุดเรืออย่างกะทันหันในช่องทางน้ำในการทดลองนี้ (ดูรูปที่ 2 ประกอบ) ได้ปรากฏคลื่นขนาดใหญ่ลูกหนึ่ง เคลื่อนผ่านจากหัวเรือ ผ่านไปยังท้ายเรือ แล้วเคลื่อนต่อไปตามช่องทางน้ำ โดยคงรักษาความเร็ว และ รูปร่างของคลื่นไว้เช่นเดิม รัสเซลไม่ได้ละเลยต่อปรากฏการณ์ที่เขาพบในครั้งนี้ เขามุ่งศึกษาและทำการทดลองเพื่อหาข้อเท็จจริงเป็นเวลาประมาณ 10 ปี จนได้ข้อสรุป 4 ข้อเกี่ยวกับคลื่นดังกล่าวว่า :

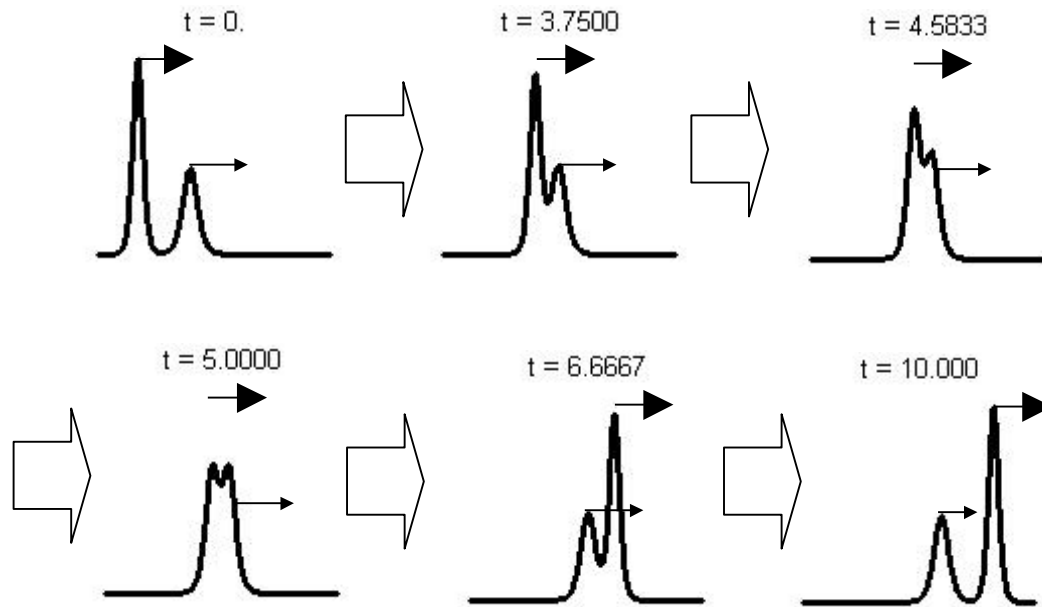
- (i) คลื่นดังกล่าวเป็น**คลื่นเดี่ยว** (solitary wave) ที่มีรูปร่างเป็นไปตามสมการ

$$u(x, t) = h \operatorname{sech}^2 [k(x - vt)]$$

เมื่อ $u(x, t)$ เป็นแอมพลิจูด² ของคลื่น ซึ่งขึ้นกับ x ซึ่งเป็นตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับตำแหน่งในแนวราบ และ t ซึ่งเป็นตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับเวลา,

h, v, k เป็นค่าคงตัวใดๆ, และ $\operatorname{sech}(x) = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$

- (ii) ถ้ามีน้ำจำนวนมากพอ ก็จะสามารถสร้างคลื่นชนิดนี้ได้ ตั้งแต่ 2 ลูกคลื่น เป็นต้นไป
- (iii) คลื่นเดี่ยวชนิดนี้ สามารถเคลื่อนที่ข้ามกันได้ โดยไม่ทำให้ทั้งรูปร่างและความเร็วเปลี่ยนแปลง



รูปที่ 1: ภาพจำลองการเคลื่อนที่ของคลื่นโซลิตอนหนึ่ง ผ่านอีกคลื่นโซลิตอนหนึ่ง สร้างโดยโปรแกรม Maple 9.5

- (iv) สำหรับคลื่นที่มีแอมพลิจูดสูงสุด h และคลื่นที่ผ่านทางน้ำที่มีความลึก d จะมีความเร็ว v เท่ากับ

$$v = \sqrt{g(d + h)} \tag{1.1}$$

เมื่อ g คือ ค่าความเร่งของวัตถุที่ตกอย่างอิสระ โดยมีค่าเท่ากับ 9.8 เมตร ต่อ วินาทียกกำลังสอง

การศึกษาในเรื่องนี้ของรัสเซล ทำให้เขาสามารถอธิบายปรากฏการณ์อื่นๆ ที่นักวิทยาศาสตร์ในสมัยนั้นยังไม่สามารถอธิบายได้เช่น เขาสามารถประมาณความสูงของชั้นบรรยากาศของโลกได้อย่างแม่นยำจากสมการ (1.1) และ สามารถอธิบายได้ว่าทำไมคนที่อยู่ใกล้จะได้ยินเสียงของปืนใหญ่ก่อนที่จะได้ยินเสียงสังให้ยิงปืน

ในปีค.ศ. 1895 Korteweg และ De Vries ได้ตีพิมพ์ทฤษฎีของคลื่นน้ำตื้น (shallow water waves) ว่า คลื่นจะมีลักษณะเป็นไปตามผลเฉลยของสมการ

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \gamma u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1.2)$$

เมื่อ $u(x, t)$ เป็นแอมพลิจูดของคลื่น, $c = \sqrt{gd}$ เป็นความเร็วของคลื่น, $\varepsilon \equiv c \left(\frac{d^2}{6} - \frac{T}{2\rho g} \right)$ เป็นค่าพารา

มิเตอร์ของการกระจาย, $\gamma = \frac{3c}{2d}$, T และ ρ คือ ค่าความตึงผิว และ ความหนาแน่นของน้ำตามลำดับ

สมการ (1.2) เป็นที่รู้จักกันดีในนามสมการ KdV (KdV equation) ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อย³ (partial differential equation) ถ้ากำหนดให้ความเร็ว $v = c = \sqrt{gd}$ แล้ว สมการนี้จะมีผลเฉลยคือ

$$u(x, t) = h \operatorname{sech}^2 [k(x - vt)] \quad (1.3)$$

เมื่อ $k = \sqrt{\frac{\gamma h}{12\varepsilon}}$ ซึ่งตรงกับรูปแบบของคลื่นที่รัสเซลได้ค้นพบ และผลเฉลยนี้บอกให้ทราบว่า สำหรับคลื่นชนิดนี้ “ยิ่งคลื่นมีความสูงเท่าไร คลื่นจะมีความแคบมากขึ้นเท่านั้น และในทำนองกลับกัน ถ้าคลื่นมีความกว้างมากขึ้น ความสูงของคลื่นก็จะลดลง”

ในปีค.ศ. 1965 Zabusky และ Kruskal ได้แสดงให้เห็นในเชิงตัวเลขว่า ผลเฉลยของสมการ KdV ประพฤติตัวเป็นลักษณะของคลื่นที่เมื่อแทรกสอดหรือรวมตัวกันแล้ว จะยังคงรักษาความเร็วและรูปร่างของคลื่นไว้เช่นเดิม และเรียกคลื่นที่มีลักษณะเช่นนี้ว่า “โซลิตอน” (soliton)

ในปัจจุบันมีการศึกษาเกี่ยวกับเรื่องโซลิตอนอย่างแพร่หลาย อย่างเช่น นักฟิสิกส์สถานะของแข็ง (solid state physicists) พยายามใช้โซลิตอนในการอธิบายรูปร่างพัลส์ของแสง, นักคณิตศาสตร์ประยุกต์ พิจารณาโซลิตอนเป็นต้นแบบ ในการหาผลเฉลยของสมการคลื่นไม่เชิงเส้น (nonlinear wave equations) และ นักสมุทรศาสตร์ อธิบายลักษณะของคลื่นสึนามิ (Tsunamis) ด้วยโซลิตอน เป็นต้น



รูปที่ 2 : ช่องทางน้ำที่รัสเซลใช้ในการทดลอง ที่ Union Canal ใกล้มหาวิทยาลัย Heriot-Watt ถ่ายเมื่อวันที่ 12 กรกฎาคม ค.ศ.1995. (ภาพจาก <http://www.ma.hw.ac.uk/solitons/press.html>)

มองคลื่นสึนามิ ผ่านโซลิตอน

จากเหตุการณ์คลื่นยักษ์สึนามิ เข้าถล่มชายฝั่งของประเทศไทยฝั่งอันดามัน และประเทศอื่นๆ อีกหลายประเทศในเช้าวันอาทิตย์ที่ 26 ธันวาคม พ.ศ. 2547 ตามเวลาในประเทศไทย เหตุการณ์ในครั้งนั้นถือเป็นการเกิดคลื่นสึนามิครั้งแรกที่ปรากฏในประวัติศาสตร์ของประเทศไทย เพื่อที่จะทำความเข้าใจคลื่นชนิดนี้ให้มากขึ้น มุมมองของคลื่นสึนามิในเชิงโซลิตอนบางส่วน จะถูกนำเสนอในที่นี้

คลื่นสึนามิเกิดขึ้นได้อย่างไร ?

จากบทความ Seven Principles for Planning and Designing for Tsunami Hazards ในเดือนมีนาคม ค.ศ. 2001 โดย National Tsunami Hazard Mitigation Program ได้นิยามคลื่นสึนามิว่า คือ “กลุ่มของคลื่นยาวที่เกิดจากการเข้าแทนที่ของน้ำจำนวนมากอย่างฉับพลัน”

สำหรับเหตุการณ์การเกิดคลื่นยักษ์ในวันที่ 26 ธันวาคม ตามข่าวได้กล่าวว่าเกิดจากการเลื่อนไถลของแผ่นทวีปสองแผ่นที่อยู่ติดกัน การเลื่อนไถลดังกล่าวมีความรุนแรงมาก จนทำให้เกิดแผ่นดินไหวครั้งใหญ่ในประเทศอินโดนีเซีย ซึ่งมีความรุนแรงถึงขั้น 9 ในมาตราริคเตอร์ และการเลื่อนไถลนั้นทำให้เกิดการเคลื่อนตัวของน้ำจนทำให้เกิดคลื่นสึนามิ



รูปที่ 3 : ภาพจำลอง การเลื่อนไถลของแผ่นทวีปทำให้เกิดคลื่นสึนามิ
(ภาพจาก <http://www.globalsecurity.org/eye/images/tsunami-2.jpg>)

นอกจากนี้ การปลดปล่อยพลังงานสู่น้ำอย่างรุนแรงและรวดเร็ว อาทิเช่น การระเบิดของภูเขาไฟใต้น้ำ การตกของอุกกาบาตขนาดใหญ่ลงในมหาสมุทร ก็สามารถทำให้เกิดคลื่นสึนามิได้เช่นกัน โดยประวัติศาสตร์ มีการพบว่าเกิดลูกอุกกาบาตขนาดใหญ่ตกลงสู่มหาสมุทรในยุคที่ไดโนเสาร์ครองโลกอยู่ อาจจะเป็นไปได้ว่าคลื่นสึนามิที่เกิดขึ้นในกรณีนี้ เป็นส่วนหนึ่งของสาเหตุที่ทำให้ไดโนเสาร์สูญพันธุ์ก็ได้!!!

สำหรับการอธิบายลักษณะคลื่นสึนามิในเชิงคณิตศาสตร์ จะประกอบไปด้วยสมการสองส่วนคือ

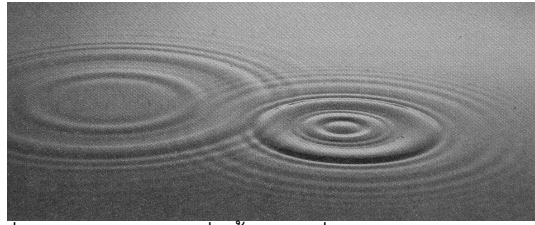
1. **คลื่นสึนามิในช่วงน้ำตื้น** จะสามารถถูกอธิบายได้ด้วยสมการ KdV ที่มีผลเฉลยเป็นไปตามสมการ (1.3) ดังที่ได้กล่าวมาแล้ว
2. **คลื่นสึนามิในช่วงน้ำลึก** จะสามารถถูกอธิบายได้ด้วยสมการชเรอดิงเงอร์ไม่เชิงเส้น (nonlinear Schrödinger equation) (สมการนี้ถูกเสนอขึ้นเป็นครั้งแรกโดย Zakharov และ Shabat ในปี ค.ศ. 1972)

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + a(t) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b(t) |u|^2 u = 0$$

เมื่อ $i = \sqrt{-1}$, $u(x, t)$ เป็นแอมพลิจูดของคลื่น ซึ่งถูกพิจารณาเป็นฟังก์ชันในระบบจำนวนเชิงซ้อน เนื่องจากมีความยุ่งยากในการอธิบายสมการชเรอดิงเงอร์ไม่เชิงเส้นและผลเฉลยของสมการนี้มาก เพื่อความสะดวกในที่นี้ขอให้ผู้อ่านพิจารณาว่า คลื่นสึนามิเป็นโซลิตอนที่เป็นผลเฉลยของสมการ KdV

คลื่นสึนามิแตกต่างจากคลื่นน้ำทั่วไปหรือไม่?

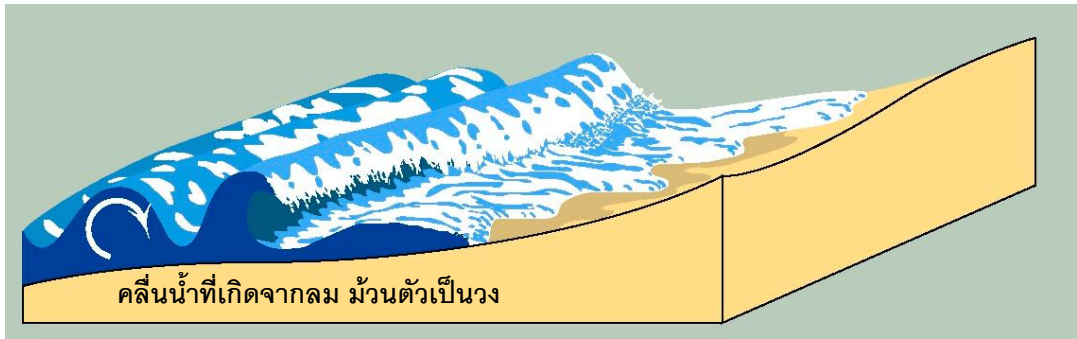
สังเกตได้ว่า การเกิดคลื่นน้ำโดยปกติ อย่างเช่นการโยนหินลงไปในน้ำ คลื่นน้ำที่เกิดขึ้นจะมีหลายคลื่น โดยคลื่นที่อยู่ตรงกลางจะมีความสูงมาก และคลื่นที่แผ่ออกไปรอบๆ จะมีแอมพลิจูด หรือความสูงของคลื่นลดลงเรื่อยๆ ตามระยะห่างจากจุดศูนย์กลางที่เพิ่มขึ้น



รูปที่ 4 : ภาพการเกิดคลื่นน้ำปกติ ที่เกิดจากการโยนหินลงน้ำ
(ภาพจากหนังสือ PHYSICS: calculus โดย Eugene Hecht,
พิมพ์เมื่อ ค.ศ. 1996 สำนักพิมพ์ Brooks/Cole Publishing Company)

แต่สำหรับโซลิตอนซึ่งเป็นคลื่นเดี่ยวที่เคลื่อนที่โดยการส่งถ่ายพลังงานผ่านน้ำ (หรือตัวกลางอื่น) โดยหลักทรงพลังงานของฟิสิกส์ ถ้าไม่มีแรงเสียดทานใด คลื่นจะยังคงรักษาพลังงานไว้ และเคลื่อนที่ต่อไปได้เรื่อยๆ โดยไม่มีที่สิ้นสุด นั่นเป็นสาเหตุที่สามารถอธิบายได้ว่า ถึงแม้ว่าจุดศูนย์กลางของการเกิดคลื่นสึนามิครั้งใหญ่ที่ผ่านมา จะอยู่ที่ประเทศอินโดนีเซีย แต่คลื่นสึนามิกลับสามารถเคลื่อนตัวไปไกลถึงประเทศไทย พม่า ปากีสถาน หรือแม้กระทั่งอินเดีย ซึ่งห่างกันหลายพันกิโลเมตรได้

มีคำถามที่ปรากฏในสื่อ ที่สร้างความประหลาดใจแก่ผู้ที่ไม่คุ้นเคยกับคลื่นสึนามิว่า เมื่อเกิดคลื่นชนิดนี้ **ทำไมคนที่อยู่ในทะเลลึกกลับไม่พบอันตรายมากแต่คนที่อยู่ชายฝั่งกลับพบอันตรายมากกว่า และ ก่อนเกิดคลื่นทำไมน้ำชายฝั่งจึงได้หายไป** เหตุผลหนึ่งที่สามารถใช้อธิบายปรากฏการณ์ดังกล่าวนี้ได้ก็คือ คลื่นสึนามิเป็นโซลิตอนดังนั้นจะมีถ่ายทอดพลังงานผ่านตัวกลาง(นั่นก็คือน้ำทะเลนั่นเอง) และรักษารูปร่างของคลื่นไว้ ดังนั้นเมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่านเรือที่ลอยอยู่ในทะเล ก็จะทำให้เกิดผลแค่เกิดการยกตัวของน้ำทะเลขึ้นแล้วก็เคลื่อนที่ผ่านไปโดยไม่ได้นำน้ำทะเลไปด้วย ซึ่งแตกต่างจากคลื่นที่เกิดจากลม ที่จะพัดพาน้ำทะเลไปพร้อมกับคลื่น (ดูรูปที่ 5 ประกอบ) ดังนั้นเรือที่อยู่ในทะเล จึงจะเจอสถานการณ์แค่เพียงตัวเรือลอยสูงขึ้น เมื่อคลื่นเคลื่อนที่ผ่านเพียงไม่กี่ครั้ง (ตามจำนวนคลื่นสึนามิที่เกิดขึ้น) แต่เมื่อคลื่นเคลื่อนที่เข้าหาฝั่ง คลื่นจะพยายามรักษารูปร่างของคลื่นเช่นเดิม จึงทำให้เกิดการยกตัวของน้ำขึ้นเหนือระดับผิวน้ำโดยทั่วไป คลื่นสึนามิจึงดึงน้ำบริเวณใกล้เคียงมาใช้ในการยกตัว จึงทำให้น้ำบริเวณชายหาดหายไปก่อนคลื่นเดินทางมาถึง (ดูรูปที่ 6 ประกอบ) และเมื่อคลื่นเคลื่อนที่เข้าหาฝั่ง คลื่นก็จะถ่ายทอดพลังงานทั้งหมดเข้าสู่สิ่งที่กระทบ ทำให้บริเวณชายฝั่งเกิดความเสียหาย

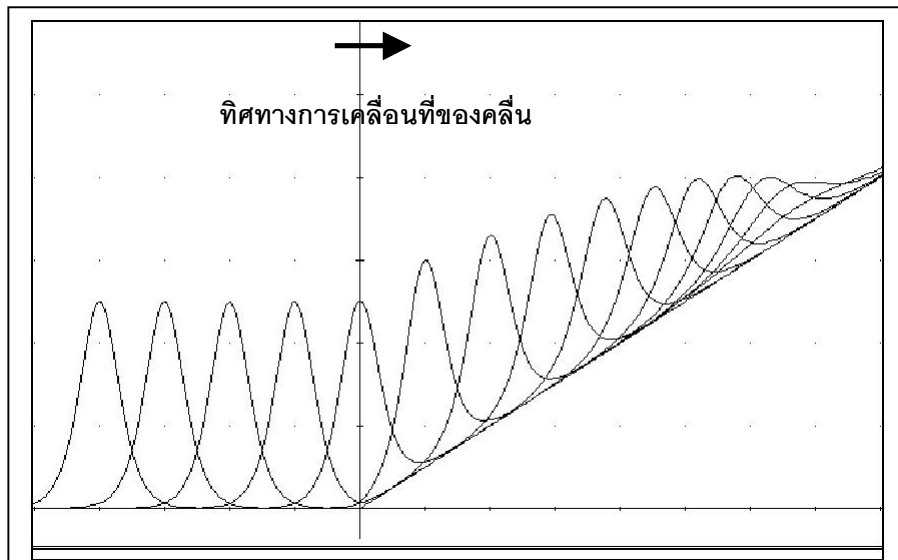


คลื่นที่เกิดจากลม ไม่สามารถท่วมในบริเวณที่สูงกว่าได้ เพราะคลื่นมีการม้วนตัวกลับ



รูปที่ 5 : คลื่นสึนามิที่ดูเหมือนไม่สูงมากนักเมื่อเทียบกับคลื่นที่เกิดจากลม อาจจะมีอำนาจการทำลายล้างได้สูงกว่า

(ภาพจาก <http://www.geophys.washington.edu/tsunami/welcome.html>)



รูปที่ 6 : ภาพจำลองการเคลื่อนที่เข้าหาฝั่งของคลื่นสึนามิ

(ภาพจาก http://www.acdca.ac.at/kongress/goesing/g_biryuk.pdf)

คลื่นสึนามิไปได้เร็วแค่ไหน?

ถ้าเราพิจารณาคลื่นสึนามิว่าเป็นโซลิตอน ซึ่งมีลักษณะตามสมการ (1.3) เราก็จะประมาณความเร็วของคลื่นได้จากความลึกของน้ำช่วงในจุดที่เกิดคลื่น เนื่องจากจุดศูนย์กลางการเกิดคลื่นยักษ์สึนามิที่เกิดขึ้นในประเทศไทย อยู่ที่ประเทศอินโดนีเซีย โดยอยู่ในมหาสมุทรอินเดีย ถ้าสมมติให้จุดศูนย์กลางของการเกิดคลื่น อยู่ในบริเวณซึ่งมีความลึกเท่ากับความลึกเฉลี่ยของมหาสมุทรอินเดีย ข้อมูลใน website ของ MSN กล่าวไว้ว่าความลึกเฉลี่ยของมหาสมุทรอินเดียคือ 3900 เมตร ดังนั้นคลื่นดังกล่าวจะมีความเร็วประมาณ

$$v = \sqrt{gd} = \sqrt{9.8 \times 3900} \approx 195 \text{ เมตรต่อวินาที}$$

หรือเท่ากับ $195 \times \frac{3600}{1000} = 702$ กิโลเมตรต่อชม.!!!

เห็นได้ว่า ค่านี้เป็นเพียงค่าประมาณที่อาจจะมีความผิดพลาดอยู่บ้าง เพราะว่าเราใช้ผลเฉลยของสมการคลื่นช่วงน้ำตื้น และ การกะประมาณช่วงความสูงของคลื่นมาใช้คำนวณ แต่สำหรับคลื่นสึนามิที่เคลื่อนตัวเข้าหาชายฝั่งประเทศไทย หลังจากคลื่นผ่านความเสียหายต่างๆ ในท้องทะเล และความชันของชายฝั่ง จนลดความสูงของคลื่นเหลือเพียง 15 เมตร เราสามารถประเมินความเร็วของคลื่นได้อย่างใกล้เคียงว่า คลื่นดังกล่าวมีความเร็วถึง

$$v = \sqrt{9.8 \times 15} \approx 12 \text{ เมตรต่อวินาที หรือประมาณ 43 กิโลเมตรต่อชม.}$$

เมื่อน้ำจำนวนมากที่เคลื่อนตัวเข้าหาฝั่งด้วยความเร็วระดับนี้สำหรับ แน่นอนว่าจะต้องทำความเสียหายกับสิ่งปะทะอย่างมาก

สิ่งที่ได้จากการที่คลื่นสึนามิเคลื่อนเข้ากระทบชายฝั่งประเทศไทย?

หลายๆ คนอาจจะมองเห็นถึงความสูญเสียหลังจากเกิดโศกนาฏกรรมครั้งใหญ่ แต่ในอีกมุมมองหนึ่งอยากให้ผู้อ่านเห็นว่าเรายังได้อะไรจากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในครั้งนี้ จริงๆ แล้วคลื่นสึนามิ ไม่ใช่เรื่องใหม่ในโลก และมีเหตุการณ์เกิดคลื่นสึนามิได้เกือบทุกวัน ณ ประเทศญี่ปุ่น, รัสเซีย, ออสเตรเลีย และประเทศอื่นๆ อีกบางประเทศ แต่ประเทศเหล่านั้นได้ทำการศึกษา เรียนรู้ จนสามารถทำความเข้าใจ และป้องกันภัยอันตรายจากคลื่นสึนามิได้ ผู้เขียนเองอยากให้การเกิดเหตุการณ์ในครั้งนี้ เป็นการจุดประกายให้เกิดการศึกษาในด้านต่างๆ มากขึ้น อย่างน้อยก็เห็นได้ว่า การเริ่มต้นศึกษาปรากฏการณ์เล็กๆ อย่างไม่ย่อท้อของรัสเซีย เมื่อเกือบสองร้อยปีก่อน เป็นจุดเริ่มต้นของความรู้ที่สามารถนำมาใช้อธิบายเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในปัจจุบันได้

หมายเหตุ

1. ผู้เขียนหลีกเลี่ยงการใช้คำว่า “คลื่นโซลิตอน” โดยใช้คำว่า “โซลิตอน” แทน เพราะยังเป็นที่ถกเถียงกันในวงวิชาการว่าโซลิตอนเป็นคลื่นหรือไม่ เพราะขาดคุณสมบัติบางข้อของคลื่นที่นิยามในฟิสิกส์
2. งานเขียนชิ้นนี้ได้รับแรงบันดาลใจจาก การมาบรรยายเกี่ยวกับการจำลองการเคลื่อนที่ของน้ำด้วยคอมพิวเตอร์โดย Dr.Ole Nielsen, Software Engineer, Urban Risk Research Group, Geoscience, Australia และขอขอบคุณ Prof.Dr.Sergey Meleshko สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี คุณทรงวุฒิ จิมจินดา คุณนัฐพงษ์ ยงรัมย์ คุณศุภปิยะ สิริระนันท์ และ คุณอายุทศ ลิ้มพิรัตน์ นักศึกษาปริญญาเอก สาขาฟิสิกส์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี สำหรับความช่วยเหลือในการเขียนบทความชิ้นนี้

อ้างอิง

http://encarta.msn.com/encyclopedia_761557432/Indian_Ocean.html

http://www.acdca.ac.at/kongress/goesing/g_biryuk.pdf

<http://www.geophys.washington.edu/tsunami/welcome.html>

<http://www.ma.hw.ac.uk/solitons/press.html>

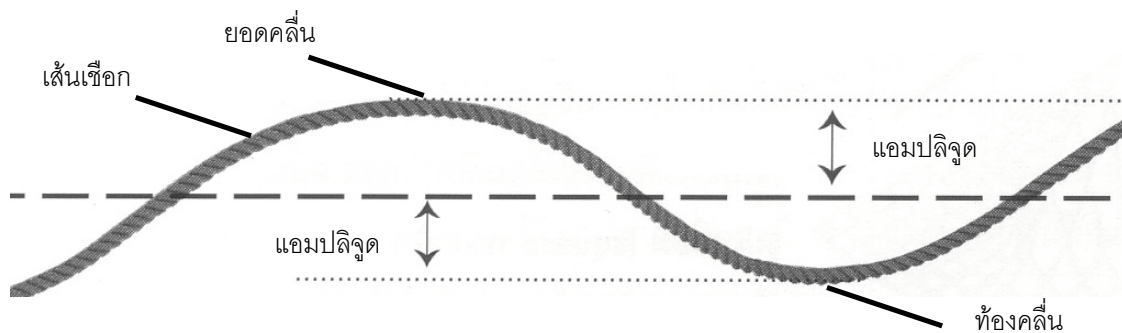
<http://www.globalsecurity.org/eye/images/tsunami-2.jpg>

<http://www.weizmann.ac.il/home/fnfal/soliton.pdf>

Ultimate Visual Dictionary of Science, Dorling Kindersley Limited, 2000, Printed in Italy.

อภิธานศัพท์

1. “แรงม้า” เป็นหน่วยวัดกำลัง ซึ่งหมายถึงความสามารถในการพาของหนัก 1 ปอนด์ ไปไกล 550 ฟุต ในเวลา 1 วินาที หรือเทียบเท่ากับกำลัง 746 วัตต์ ในหน่วยวัดมาตรฐาน โดยหน่วยนี้มักจะใช้ในการวัดกำลังเพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะเครื่องยนต์ของรถยนต์
2. แอมพลิจูดสำหรับคลื่นน้ำหรือคลื่นในเส้นเชือก หมายถึง ค่าครึ่งหนึ่งของความสูงที่วัดจากท้องคลื่นถึงยอดคลื่น และ สำหรับคลื่นเสียงแอมพลิจูด หมายถึง ค่าความดังของเสียงที่เกิดขึ้น



รูปที่ 7 : แอมพลิจูดในเส้นเชือก

(ภาพจากหนังสือพจนานุกรมวิทยาศาสตร์, ผู้แปล ยุติ เชี่ยววัฒนา, สุนันทา วิทยุจันทร์และชนิษฐา จันทนสมิต แปลจาก Dictionary of Science โดย Neil Ardley พิมพ์ครั้งแรกปี พ.ศ. 2542 สำนักพิมพ์แพรวเยาวชน)

3. สมการเชิงอนุพันธ์ย่อย คือ สมการที่ประกอบไปด้วยตัวแปรอิสระมากกว่าหนึ่งตัวแปร, ตัวแปรไม่อิสระ และ อนุพันธ์ย่อยของตัวแปรไม่อิสระเทียบกับตัวแปรอิสระ อย่างเช่น สมการความร้อน

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

เป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยที่มีตัวแปรอิสระคือ x และ t และตัวแปรไม่อิสระ u ขึ้นกับตัวแปรอิสระ x และ t หรือ

$u = u(x, t)$ มีอนุพันธ์ย่อยอันดับที่หนึ่งเทียบกับ t คือ $\frac{\partial u}{\partial t}$ และอนุพันธ์ย่อยอันดับที่สองเทียบกับ x คือ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

ดร.เจษฎา ตันตานุช

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ สำนักวิชาวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี จังหวัดนครราชสีมา

email : jessada@math.sut.ac.th