

$$\text{Symmetry Analysis on } \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + u(x, t) \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = G(u(x, t), u(x, t - \tau))$$

1. ความสำคัญและที่มาของปัญหา

สมการ

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + u(x, t) \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = G(u(x, t), u(x, t - \tau)) \quad (0.1)$$

เป็นสมการ สมการเชิงอนุพันธ์ย่อยชนิดประวิง (delay partial differential equations) ที่มีลักษณะใกล้เคียงกันกับ สมการ สมการของเบอร์เกอร์ (Burger equation) และสมการ KdV (Korteweg-de Vries equation) ซึ่งเป็นสมการ ที่ถูกนำมาศึกษาโดยตรง และ ประยุกต์ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปรากฏการณ์ธรรมชาติในเชิงฟิสิกส์หลายด้าน โดย ในปัจจุบันนี้ยังไม่มีใครสามารถหาผลเฉลยวิเคราะห์ (analytical solutions) ของสมการ (0.1) ได้ มีเพียงแต่ผล เฉลยแบบตัวเลข (numerical solutions) เท่านั้น

งานวิจัยชิ้นนี้ ต้องการประยุกต์กลุ่มวิเคราะห์ (group analysis) เพื่อหาสมมาตร (symmetry) ของสม การ, จำแนกประเภทกลุ่มสมมาตร (group classification) และ หารูปแบบของผลเฉลยจากกลุ่มของสมมาตรของ สมการ (0.1) ผลเฉลยที่ได้ซึ่งเป็นผลเฉลยวิเคราะห์จะทำให้เราเข้าใจสมการมากขึ้น และอาจสามารถนำสมการนี้ ไปอธิบายปรากฏการณ์ธรรมชาติบางชนิด

หมายเหตุ สมมาตร หรือ symmetry ในที่นี้หมายถึง การแปลง (transformations) ซึ่งส่งผลเฉลยของสมการไปยัง ผลเฉลย

2. วัตถุประสงค์

1. หาสมมาตรของสมการ

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) + u(x, t) \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) = G(u(x, t), u(x, t - \tau))$$

2. จำแนกประเภทกลุ่มสมมาตรของสมการ (0.1)
3. หารูปแบบของผลเฉลย (represent solutions) จากกลุ่มของสมมาตรที่ได้

3. ระเบียบวิธีวิจัย

1. ขั้นตอนและวิธีการดำเนินการวิจัย
 - 1.1 ศึกษาโครงสร้างของสมการเบอร์เกอร์, สมการ KdV และสมการอื่นๆ ที่มีลักษณะใกล้เคียง ด้วยการสืบ ค้นข้อมูลใน internet และ เอกสารจากห้องสมุด
 - 1.2 ศึกษาวิธีการหาผลเฉลยของสมการเหล่านั้นโดยวิธีการอื่นเช่น differential geometry, calculus of variations เป็นต้น ด้วยการสืบค้นข้อมูลใน internet และ เอกสารจากห้องสมุด
 - 1.3 หาข้อมูลเพิ่มเติมด้วยการเข้าฟังสัมมนาในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย
 - 1.4 ศึกษาเทคนิคขั้นสูงในการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ REDUCE ช่วยในการแก้สมการเชิงอนุพันธ์ (0.1) ซึ่งเป็นสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยชนิดประวิง (delay partial differential equations)
 - 1.5 เขียนโปรแกรมย่อยสำหรับโปรแกรม REDUCE เพื่อช่วยในการสมมาตรของสมการ (0.1) พร้อมทั้ง จำแนกประเภทกลุ่มสมมาตรของสมการ

- 1.6 ทำการวิเคราะห์สมมาตร และ ประเภทของกลุ่มสมมาตร
- 1.7 สรุปผล เตรียมเอกสารสำหรับการตีพิมพ์ และ เขียนรายงานวิจัย

4. แผนการดำเนินงานวิจัยตลอดโครงการในแต่ละช่วง 6 เดือน

ปีที่ 1.

กิจกรรมทั้งหมด เกี่ยวข้องกับการสืบค้นข้อมูล การศึกษาการใช้โปรแกรม REDUCE และ การสร้างโปรแกรมย่อย สำหรับโปรแกรม REDUCE เพื่อช่วยในการคำนวณหาสมมาตรของสมการ

ช่วงเดือน มกราคม-มิถุนายน

- 1. ศึกษาโครงสร้างของสมการเบอร์เกอร์ สมการ KdV และสมการอื่นๆ ที่มีลักษณะใกล้เคียง
- 2. ศึกษาวิธีการหาผลเฉลยของสมการเหล่านั้นโดยวิธีการอื่น

ช่วงเดือน กรกฎาคม-ธันวาคม

- 1. ศึกษาเทคนิคขั้นสูงในการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ REDUCE
- 2. เขียนโปรแกรมย่อยสำหรับโปรแกรม REDUCE เพื่อช่วยในการสมมาตรของสมการ

ผลงานที่คาดว่าจะได้ในปีที่ 1

โปรแกรมย่อย สำหรับโปรแกรม REDUCE เพื่อช่วยในการคำนวณหาสมมาตรของสมการ

ปีที่ 2.

เป็นการสรุป และวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้จากโปรแกรมย่อย ที่สร้างสำหรับคำนวณหาสมมาตรของสมการ และการเตรียมเอกสารสำหรับการตีพิมพ์ในวารสาร

ช่วงเดือน มกราคม-มิถุนายน

- 1. จำแนกประเภทกลุ่มสมมาตรของสมการ
- 2. ทำการวิเคราะห์สมมาตร และ ประเภทของกลุ่มสมมาตร

ช่วงเดือน กรกฎาคม-ธันวาคม

- 1. สรุปผล เตรียมเอกสารสำหรับการตีพิมพ์ และ เขียนรายงานวิจัย

ผลงานที่คาดว่าจะได้ในปีที่ 2

สมมาตรของสมการ และ การจำแนกกลุ่มสมมาตร ซึ่งเป็นข้อมูลหลักในเอกสารที่จะตีพิมพ์

- 5. ผลงาน/หัวข้อเรื่องที่จะตีพิมพ์ในวารสารวิชาการระดับนานาชาติในแต่ละปี

ชื่อเรื่องที่จะตีพิมพ์ :

Symmetry Analysis on
$$\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) + u(x,t) \frac{\partial u}{\partial x}(x,t) = G(u(x,t), u(x,t-\tau))$$

ชื่อวารสารที่จะตีพิมพ์ :