1. First order differential equation

2. Second order differential equation

Linear - Homogeneous equation

สมการเอกพันธุ์

$$ay'' + by' + cy = 0$$

ถ้า a, b, c เป็นค่าคงตัว

สร้างสมการช่วย

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$$

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$$

$$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1. $b^2 - 4ac > 0$, $\lambda = \lambda_1, \lambda_2$ เป็นจำนวนจริงที่แตกต่างกัน

$$y = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$$

2. $b^2 - 4ac = 0$, λ

$$y = c_1 e^{\lambda x} + c_2 x e^{\lambda x}$$

3. $b^2 - 4ac < 0$, $\lambda = r \pm s i$, $i = \sqrt{-1}$

$$y = e^{rx}\left[c_1 \cos(sx) + c_2 \sin(sx)\right]$$

ปัญหาค่าตั้งต้น

$$ay'' + by' + cy = 0$$

$$y(x_0) = y_0$$

$$y'(x_0) = y_1$$

ทำมาเพื่อหาค่า C_1 และ C_2

สมการเชิงเส้นเอกพันธุ์ สัมประสิทธิ์ไม่เป็นค่าคงตัว

$$a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = 0$$

หาได้ผลเฉลยหนึ่ง y_1

หาอีกผลเฉลยได้โดย

$$y_2 = y_1 \int \frac{1}{(y_1)^2} e^{-\int \frac{b(x)}{a(x)} dx} dx$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการ

$$y = c_1 y_1 + c_2 y_2$$

สมการเชิงเส้นไม่เอกพันธ์

$$a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = r(x)$$

$$r(x) \neq 0$$

- ระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (ง่าย)

  Undetermined Coefficients

- การแปรผันของตัวแปรเสริม (ยาก)

  Variation of Parameters

สมการไม่เอกพันธุ์

ในหัวข้อนี้ เราจะศึกษา การหาผลเฉลยของสมการไม่เอกพันธุ์เชิงเส้น

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x),$$

เมื่อ p และ q เป็นฟังก์ชันของ x และ $r(x) \neq 0$

ในการหาผลเฉลยของสมการไม่เอกพันธุ์ (3.28) เราจำเป็นต้องใช้**สมการเอกพันธุ์**

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

เราเรียกสมการว่า*สมการเอกพันธุ์ที่เกี่ยวข้อง กับสมการไม่เอกพันธุ์*

สมมติว่า

เรามี y_p เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการไม่เอกพันธุ์เชิงเส้น

$$y_p'' + p(x)y_p' + q(x)y_p = r(x)$$

ให้ y_{p_2} เป็นผลเฉลยใดๆ ของสมการไม่เอกพันธุ์เชิงเส้น

$$y_{p_2}'' + p(x)y_{p_2}' + q(x)y_{p_2} = r(x)$$

พบว่า

$$
\begin{aligned}
& (y_{p_2} - y_p)'' + p(x)(y_{p_2} - y_p)' + q(x)(y_{p_2} - y_p) \\
= \; & \left(y''_{p_2} + p(x)y'_{p_2} + q(x)y_{p_2}\right) - \left(y''_p + p(x)y'_p + q(x)y_p\right) \\
= \; & r(x) - r(x) \\
= \; & 0
\end{aligned}
$$

$y_{p_2} - y_p = c_1 y_1 + c_2 y_2 = y_h$

แสดงว่า $y_{p_2} - y_p$ เป็น*ผลเฉลยทั่วไป*ของสมการเอกพันธุ์

$$y_h = y_{p_2} - y_p$$

กล่าวได้ว่าผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธุ์เชิงเส้น คือ

$$y = y_h + y_p$$

ผลเฉลยทั่วไป
ของสมการเอกพันธุ์

$y_{\text{homogeneous}}$

ผลเฉลยเฉพาะ:
ผลเฉลยหนึ่ง
ของสมการไม่เอกพันธุ์

$y_{\text{particular}}$

ขั้นตอนวิธีการหาผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธุ์

1. หาผลเฉลยทั่วไป $\boxed{y_h}$ ของสมการเอกพันธุ์ที่เกี่ยวข้อง

2. หาผลเฉลยเฉพาะ y_p ผลเฉลยหนึ่งของสมการไม่เอกพันธุ์

3. ผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธุ์คือ

$$y = y_h + y_p$$

จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการ $y''-2y'+y=e^x$

เมื่อพบว่าผลเฉลยหนึ่งของสมการคือ $y=\dfrac{x^2e^x}{2}$

สมการเอกพันธุ์ที่เกี่ยวข้อง

$y''-2y'+y=0$

สมการช่วย

$\lambda^2-2\lambda+1=0$

$(\lambda-1)^2=0$

$\lambda=1$

$y_h=c_1e^x+c_2xe^x$

$$y'' - 2y' + y = e^x$$

$$y = \frac{x^2 e^x}{2}$$

$$y' = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2 e^x}{2}\right) = \frac{x^2}{2}\frac{de^x}{dx} + \frac{e^x}{2}\frac{dx^2}{2}$$

$$= \frac{x^2 e^x}{2} + xe^x$$

$$y'' = \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2 e^x}{2} + xe^x\right) = \frac{x^2 e^x}{2} + xe^x + x\frac{de^x}{dx} + e^x\frac{dx}{dx}$$

$$= \frac{x^2 e^x}{2} + \underbrace{xe^x + xe^x} + e^x$$

$$= \frac{x^2 e^x}{2} + 2xe^x + e^x$$

$$\boxed{y''-2y'+y=e^x}$$

$$y=\frac{x^2e^x}{2}$$

$$y'=\frac{x^2e^x}{2}+xe^x$$

$$y''=\frac{x^2e^x}{2}+2xe^x+e^x$$

$$\frac{x^2e^x}{2}+2xe^x+e^x-2\left(\frac{x^2e^x}{2}+xe^x\right)+\frac{x^2e^x}{2}$$

$$=\cancel{\frac{x^2e^x}{2}}+\cancel{2xe^x}+e^x-\cancel{x^2e^x}-\cancel{2xe^x}+\cancel{\frac{x^2e^x}{2}}=e^x$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธุ์

$$y=y_h+y_p=c_1e^x+c_2xe^x+\frac{x^2e^x}{2}$$

$$y'' - 2y' + y = 2\cos(x)$$

เมื่อพบว่าผลเฉลยหนึ่งของสมการคือ $y = -\sin x$

$$y'' - 2y' + y = 0$$ (สมการเอกพันธุ์ที่เกี่ยวข้อง)

$$y_h = c_1 e^x + c_2 x e^x$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธุ์

$$y = y_h + y_p$$

$$= c_1 e^x + c_2 x e^x - \sin x$$

ขั้นตอนวิธีการหาผลเฉลยเฉพาะ y_p โดย ระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์

พิจารณาสมการไม่เอกพันธุ์ ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัว

$$ay'' + by' + cy = \boxed{r(x)}$$

1. ตรวจสอบว่า $r(x)$ เป็นหนึ่งในรูปแบบฟังก์ชันที่ปรากฏทางซ้ายของตาราง 3.1 หรือไม่? ถ้าใช่ จะดำเนินการหาผลเฉลยต่อ

$r(x)$	ค่า y_p ที่จะกำหนดให้เป็น
$ae^{\lambda x}$	$Ae^{\lambda x}$
$a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0$	$A_n x^n + \cdots + A_1 x + A_0$
$(a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0)e^{\lambda x}$	$(A_n x^n + \cdots + A_1 x + A_0)e^{\lambda x}$
$a\cos(\omega x)$	$A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)$
$b\sin(\omega x)$	$A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)$
$a\cos(\omega x) + b\sin(\omega x)$	$A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)$
$(a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0)\cos(\omega x)$	$\mathcal{A}_n(x)\cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x)\sin(\omega x)$
$(a_n x^n + \cdots + a_1 x + a_0)\sin(\omega x)$	$\mathcal{A}_n(x)\cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x)\sin(\omega x)$
$\mathbf{A_n}(x)\cos(\omega x) + \mathbf{B_n}(x)\sin(\omega x)$	$\mathcal{A}_n(x)\cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x)\sin(\omega x)$
$a\cos(\omega x)e^{\lambda x}$	$(A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x))\,e^{\lambda x}$
$b\sin(\omega x)e^{\lambda x}$	$(A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x))\,e^{\lambda x}$
$[a\cos(\omega x) + b\sin(\omega x)]\,e^{\lambda x}$	$[A\cos(\omega x) + B\sin(\omega x)]\,e^{\lambda x}$
$\mathbf{A_n}(x)\cos(\omega x)e^{\lambda x}$	$[\mathcal{A}_n(x)\cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x)\sin(\omega x)]\,e^{\lambda x}$
$\mathbf{B_n}(x)\sin(\omega x)e^{\lambda x}$	$[\mathcal{A}_n(x)\cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x)\sin(\omega x)]\,e^{\lambda x}$
$[\mathbf{A_n}(x)\cos(\omega x) + \mathbf{B_n}(x)\sin(\omega x)]\,e^{\lambda x}$	$[\mathcal{A}_n(x)\cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x)\sin(\omega x)]\,e^{\lambda x}$

ผลเฉลยของสมการเอกพันธ์ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัว

$$y = C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$$

$$y = C_1 e^{\lambda x} + C_2 x e^{\lambda x} = (C_1 + C_2 x) e^{\lambda x}$$

$$y = e^{rx}\left[C_1 \cos(sx) + C_2 \sin(sx)\right]$$

$$\underline{e^{\lambda x}},\ \underline{C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + \dots + C_{n+1} x^n},\ \underline{\cos(sx)},\ \underline{\sin(sx)}$$

2. หาผลเฉลยทั่วไป y_h ของสมการเอกพันธุ์

$$ay'' + by' + cy = 0$$

3. พิจารณา $r(x)$ แล้วเลือกผลเฉลย y_p ให้อยู่ในรูป

   ทางขวาของตาราง 3.1 **แต่**

   - ถ้า y_p ไม่มีพจน์ที่มีรูปแบบซ้ำกับพจน์ที่ปรากฏ

     ในผลเฉลยทั่วไป y_h ของสมการเอกพันธุ์ สามารถ

     ใช้ y_p ได้เลย

- ถ้า y_p **มีพจน์ที่มีรูปแบบซ้ำกับพจน์ที่ปรากฏในผลเฉลยทั่วไป** y_h **ของสมการเอกพันธุ์** ให้เอาค่า x คูณกับ y_p ที่เลือกมา

- ถ้า y_p ใหม่ ที่ได้จากการคูณด้วย x ยัง**มีพจน์ที่มีรูปแบบซ้ำกับพจน์ที่ปรากฏในผลเฉลยทั่วไป y_h ของสมการเอกพันธุ์** ให้ให้เอาค่า x คูณซ้ำไปเรื่อยๆ จนกว่า y_p ใหม่ที่ได้ ไม่มีพจน์ที่มีรูปแบบซ้ำกับพจน์ที่ปรากฏในผลเฉลยทั่วไป y_h ของสมการเอกพันธุ์

4. แทนค่า y_p ลงในสมการไม่เอกพันธุ์ เพื่อเทียบหาสัมประสิทธิ์

หมายเหตุ สำหรับกรณีที่ $r(x)$ ไม่ได้เป็นหนึ่งในรูปแบบฟังก์ชันที่ปรากฏทางซ้ายของตาราง 3.1 **แต่อยู่ในรูปผลรวม(หรือผลต่าง)**ของฟังก์ชันที่ปรากฏทางซ้ายของตาราง 3.1 เช่น ถ้า $r(x)$ อยู่ในรูปผลรวมของฟังก์ชัน $r_1(x)$ และ $r_2(x)$

$$ay'' + by' + cy = r_1(x) + r_2(x), \tag{3.32}$$

โดยที่ $r_1(x)$ และ $r_2(x)$ มีรูปแบบฟังก์ชันที่ปรากฏทางซ้ายของตาราง 3.1

$$ay'' + by' + cy = r(x)$$

a, b, c เป็นค่าคงตัว

พิจารณาสมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้อง

$$ay'' + by' + cy = 0$$

$$y_h = c_1 y_1 + c_2 y_2$$

พิจารณา $r(x)$

- $Ae^{\lambda x}$
- $a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$
- cos
- sin

สมมติ y_p ตรวจว่าซ้ำ

$\Downarrow$

เปลี่ยน $x y_p$

" " $x^2 y_p$ · –

โดย ขั้นตอนวิธีการหาผลเฉลยโดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์

เราสามารถแยกหาค่าผลเฉลยเฉพาะ y_{p_1} จากสมการไม่เอกพันธุ์

$$ay'' + by' + cy = r_1(x)$$

และผลเฉลยเฉพาะ y_{p_2} จากสมการไม่เอกพันธุ์

$$ay'' + by' + cy = r_2(x)$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธุ์ (3.32) จะอยู่

ในรูป[14]

$$y = y_h + y_{p_1} + y_{p_2}$$

จงหารูปแบบของผลเฉลยเฉพาะ y_p ของสมการไม่เอกพันธุ์

$$y'' + 2y' - 3y = r(x),$$

เมื่อ $r(x)$ มีค่าเป็น

1. $7\cos(3x)$
2. $5e^{-3x}$
3. $x^2\cos(\pi x)$
4. $2xe^x\sin x - e^x\cos x$
5. $x^2e^x + 3xe^x$
6. $\tan x$

สมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้อง

$$y'' + 2y' - 3y = 0$$

สมการช่วย

$$\lambda^2 + 2\lambda - 3 = 0$$

$$(\lambda + 3)(\lambda - 1) = 0$$

$$\lambda = 1, -3$$

$$y_h = c_1 e^{x} + c_2 e^{-3x}$$

$$y'' + 2y' - 3y = 4\cos(3x)$$

$$y_h = c_1 e^{x} + c_2 e^{-3x}$$

สมมติให้

$$y_p = A\cos(3x) + B\sin(3x)$$

$$y'' + 2y' - 3y = 5e^{-3x}$$

$$y_h = c_1 e^{x} + c_2 e^{-3x}$$

ดู

$$y_p = Ae^{-3x} \quad (\text{ซ้ำ})$$

เปลี่ยน $y_p = Axe^{-3x}$

$$y'' + 2y' - 3y = x^2 \cos(\pi x)$$

$$y_h = c_1 e^{x} + c_2 e^{-3x}$$

$$y_p = (A + Bx + Cx^2)\cos(\pi x) + (D + Ex + Fx^2)\sin(\pi x)$$

$$y'' + 2y' - 3y = 2xe^{x}\sin x - e^{x}\cos x$$

$$y_h = c_1 e^{x} + c_2 e^{-3x}$$

ลอง $y_p = e^{x}\left[(a_1 + a_2 x)\cos x + (b_1 + b_2 x)\sin x\right]$

ไม่ซ้ำ

$$y'' + 2y' - 3y = x^2e^x + 3xe^x$$

$$= (x^2 + 3x)e^x$$

พหุนาม $\qquad e^x$

$$y_h = c_1e^x + c_2e^{-3x}$$

ดูที่ $y_p = (A + Bx + Cx^2)e^x = Ae^x + Bxe^x + Cx^2e^x$ (ซ้ำ)

เปลี่ยน $y_p = x(A + Bx + Cx^2)e^x = (Ax + Bx^2 + Cx^3)e^x$ ✓

$$= Axe^x + Bx^2e^x + Cx^3e^x$$

$$y'' + 2y' - 3y = \tan x$$

ไม่สามารถใช้ระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์
ในการหาผลเฉลยได้

จงหารูปแบบของผลเฉลยเฉพาะ y_p ของสมการไม่เอกพันธุ์

$$y'' = r(x)$$

เมื่อ $r(x)$ มีค่าเป็น

1. 1
2. $3x^2$
3. x^2e^x

สมการเอกพันธุ์ที่เกี่ยวข้อง

$$y'' = 0$$

สมการช่วย

$$\lambda^2 = 0$$

$$\lambda = 0$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการเอกพันธุ์ที่เกี่ยวข้อง

$$y_h = c_1 e^0 + c_2 x e^0$$

$$y_h = c_1 + c_2 x$$

$$y'' = 1$$

$$y_h = c_1 + c_2 x$$

สมมติให้ $y_p = A$ (ซ้ำ)

เปลี่ยน $y_p = Ax$ (ซ้ำ)

เปลี่ยน $y_p = Ax^2$

$$y'' = 3x^2$$

$$y_h = c_1 + c_2 x$$

ให้ $y_p = A + Bx + Cx^2$ (ซ้ำ)

เปลี่ยน $y_p = x(A + Bx + Cx^2)$

$= \underline{\underline{Ax}} + Bx^2 + Cx^3$ (ซ้ำ)

เปลี่ยน $y_p = x(Ax + Bx^2 + Cx^3)$

$= Ax^2 + Bx^3 + Cx^4$ ✓

$$y'' = x^2 e^x$$

$$y_h = \underbrace{c_1 + c_2 x}_{q_n^2}$$

$$y_p = \underbrace{(A + Bx + Cx^2)}e^x$$

$$= Ae^x + Bxe^x + Cx^2e^x$$

จงหารูปแบบของผลเฉลยเฉพาะ y_p ของสมการไม่เอกพันธุ์

$$y'' - 2y' + y = r(x)$$

เมื่อ $r(x)$ มีค่าเป็น

1. e^x
2. xe^x
3. $e^x \sin x$

สมการเอกพันธุ์ที่เกี่ยวข้อง

$$y'' - 2y' + y = 0$$

สมการช่วย

$$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$$

$$(\lambda - 1)^2 = 0$$

$$\lambda = 1$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการเอกพันธุ์ที่เกี่ยวข้อง

$$y_h = c_1 e^{x} + c_2 x e^{x}$$

$$y'' - 2y' + y = e^x$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 x e^x$$

สมมติให้ $y_p = Ae^x$ (ซ้ำ)

เปลี่ยน $y_p = x(Ae^x)$

$= Axe^x$ (ซ้ำ)

เปลี่ยน $y_p = x(Axe^x)$

$= Ax^2e^x$ ✓

$$y'' - 2y' + y = xe^{x}$$

$$y_h = c_1 e^{x} + c_2 x e^{x}$$

ใน้

$$y_p = (A + Bx)e^{x}$$

$$= Ae^{x} + Bxe^{x} \quad (\text{ซ้ำ})$$

เปลี่ยน

$$y_p = x(A + Bx)e^{x}$$

$$= (Ax + Bx^2)e^{x}$$

$$= Axe^{x} + Bx^2e^{x} \quad (\text{ซ้ำ})$$

เปลี่ยน

$$y_p = x(Ax + Bx^2)e^{x}$$

$$= (Ax^2 + Bx^3)e^{x}$$

$$= Ax^2e^{x} + Bx^3e^{x}$$

$$y'' - 2y' + y = \underbrace{e^x \sin x}$$

$$\lambda = 1 \pm i$$

$$y = e^x(c_1\cos x + c_2\sin x)$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 x e^x$$

$$\lambda = 1, 1$$

$$y_p = e^x \underline{[A\cos x + B\sin x]}$$

$$= Ae^x\cos x + Be^x\sin x$$

$\checkmark$

สมการเชิงเส้นไม่เอกพันธ์
inhomogeneous equation

$$a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = r(x)$$

พิจารณาสมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้อง

$$a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = 0$$

หาผลทั่วไปของสมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้อง

$$y_h = c_1 y_1 + c_2 y_2$$

หาผลเฉลยเฉพาะ: ผลเฉลยหนึ่งของสมการไม่เอกพันธ์ y_p

ผลเฉลยทั่วไปของสมการ<u>ไม่</u>เอกพันธ์ $y = y_h + y_p$

การหาผลเฉลยเฉพาะ y_p

1. การเทียบสัมประสิทธิ์

- $ay'' + by' + cy = r(x)$
  a, b, c ต้องเป็นค่าคงตัว

- $r(x)$ มีรูปแบบจำกัด

$e^{\lambda x}$, $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$, $\cos(ax)$, $\sin(bx)$

$(a_0 + \dots + a_n x^n) e^{\lambda x}$, $(a_0 + \dots + a_n x^n) \cos(ax)$

$(\quad \text{———} \quad) \sin(bx)$

, $(a_0 \dots - a_n x^n)(\cos(ax) + (\quad \text{———} \quad) \sin(ax))$

e^x ...

สมมติ y_p ตามโครงสร้างของ $r(x)$

y_p - พหุนาม $a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$

y_p - ตรีโกณมิติ $\cos(ax)$ $\sin(ax)$

ต้องมาคู่กัน

- ตรวจดูว่าซ้ำกับ y_h หรือไม่

ถ้าซ้ำ เปลี่ยน y_p ด้วยการคูณ x

ตรวจซ้ำอีกรอบ หากซ้ำก็ต้องคูณ x

กำหนดให้ $y'' + 4y' + 4y = r(x)$ โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์จะต้องสมมติให้ผลเฉลยเฉพาะ y_p อยู่ในรูปใดถ้า

$$r(x) = 2007e^{2x}$$

(1) $y_p = Ae^{2x}$

(2) $y_p = Axe^{2x}$

(3) $y_p = (A_0 + A_1 x)e^{2x}$

(4) $y_p = Ax^2 e^{2x}$

(5) $y_p = Ax^3 e^{2x}$

กำหนดให้ $y'' + 4y' + 4y = r(x)$

โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์จะต้องสมมติ

ให้ผลเฉลยเฉพาะ y_p อยู่ในรูปใดถ้า

$$r(x) = 2550e^{-2x}$$

(1) $y_p = Ae^{-2x}$

(2) $y_p = Axe^{-2x}$

(3) $y_p = (A_0 + A_1 x)e^{-2x}$

(4) $y_p = Ax^2 e^{-2x}$

(5) $y_p = Ax^3 e^{-2x}$

กำหนดให้ $y'' + 4y' + 4y = r(x)$

โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์จะต้องสมมติ

ให้ผลเฉลยเฉพาะ y_p อยู่ในรูปใดถ้า

$$r(x) = 555xe^{2x}$$

(1) $y_p = (A_0 + A_1 x)e^{2x}$ (2) $y_p = Axe^{2x}$

(3) $y_p = (A_0 x + A_1 x^2)e^{2x}$ (4) $y_p = Ax^2 e^{2x}$

(5) $y_p = (A_0 x^2 + A_1 x^3)e^{2x}$

กำหนดให้ $y'' + 4y' + 4y = r(x)$

โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์จะต้องสมมติ

ให้ผลเฉลยเฉพาะ y_p อยู่ในรูปใดถ้า

$$r(x) = 7{,}000{,}000xe^{-2x}$$

(1) $y_p = (A_0 + A_1x)e^{-2x}$ (2) $y_p = Axe^{-2x}$

(3) $y_p = (A_0x + A_1x^2)e^{-2x}$ (4) $y_p = Ax^2e^{-2x}$

(5) $y_p = (A_0x^2 + A_1x^3)e^{-2x}$

$$y'' + 4y' + 4y = 2007e^{2x}$$

ใช้ $y_p = (1)\ Ae^{2x}$

$$y'' + 4y' + 4y = 2550\,e^{-2x}$$

ใช้ $y_p = (4)\ Ax^2e^{-2x}$

$$y'' + 4y' + 4y = 555\,xe^{2x}$$

ใช้ $y_p = (1)\,(A_0 + A_1x)e^{2x}$

$$y'' + 4y' + 4y = 7{,}000{,}000\ xe^{-2x}$$

ใช้ $y_p = (5)\ (A_0x^2 + A_1x^3)e^{-2x}$