

1. First order differential equation

2. Second order differential equation

Linear

- Homogeneous equation  
สมการเอกพันธ์

$$ay'' + by' + cy = 0$$

ถ้า  $a, b, c$  เป็นค่าคงตัว

สมการสมมติ

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$$

$$a\lambda^2 + b\lambda + c = 0$$

$$\lambda = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1.  $b^2 - 4ac > 0$ ,  $\lambda = \lambda_1, \lambda_2$  ๒ รากจริงและต่างกัน  
ทั้งบวกและลบ

$$y = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$$

2.  $b^2 - 4ac = 0$

$$y = c_1 e^{\lambda x} + c_2 x e^{\lambda x}$$

3.  $b^2 - 4ac < 0$

$$\lambda = r \pm si, \quad i = \sqrt{-1}$$

$$y = e^{rx} \left[ c_1 \cos(sx) + c_2 \sin(sx) \right]$$

การแก้สมการเชิงอนุพันธ์

$$ay'' + by' + cy = 0$$

$$y(x_0) = y_0$$

$$y'(x_0) = y_1$$

คำตอบทั่วไปของสมการ  $C_1$  และ  $C_2$

สมการเชิงเส้น (อันดับ 2) ที่ไม่เป็นเอกพันธ์  $y_1$  เป็นคำตอบ

$$a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = 0$$

หาก  $y_1$  เป็นคำตอบของ  $y_1$

หาอีกคำตอบ  $y_2$  โดย

$$y_2 = y_1 \int \frac{1}{(y_1)^2} e^{-\int \frac{b(x)}{a(x)} dx} dx$$

คำตอบทั่วไปของสมการ

$$y = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

สมการเชิงเส้นไม่เอกพันธ์

$$a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = r(x)$$

$$r(x) \neq 0$$

- วิธีหาคำตอบด้วยการเดาคoefficient (งါค)

Undetermined Coefficients

- การหาคำตอบโดยใส่พารามิเตอร์ (วาก)

Variation of Parameters

# สมการไม่เอกพันธ์

ในหัวข้อนี้ เราจะศึกษา การหาผลเฉลยของสมการไม่เอกพันธ์เชิงเส้น

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x),$$

เมื่อ  $p$  และ  $q$  เป็นฟังก์ชันของ  $x$  และ  $r(x) \neq 0$

ในการหาผลเฉลยของสมการไม่เอกพันธ์ (3.28) เราจำเป็นต้องใช้สมการ

เอกพันธ์

$$y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$$

เราเรียกสมการว่าสมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้อง กับสมการไม่เอกพันธ์

สมมติว่า

เรามี  $y_p$  เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการไม่เอกพันธ์เชิงเส้น

$$y_p'' + p(x)y_p' + q(x)y_p = r(x)$$

ให้  $y_{p_2}$  เป็นผลเฉลยใดๆ ของสมการไม่เอกพันธ์เชิงเส้น

$$y_{p_2}'' + p(x)y_{p_2}' + q(x)y_{p_2} = \underline{r(x)}$$

พบว่า

$$\underline{(y_{p_2} - y_p)''} + p(x)\underline{(y_{p_2} - y_p)'} + q(x)\underline{(y_{p_2} - y_p)}$$

$$= (y_{p_2}'' + p(x)y_{p_2}' + q(x)y_{p_2}) - (y_p'' + p(x)y_p' + q(x)y_p)$$

$$= \boxed{r(x) - r(x)}$$

$$= \underline{0}$$

$$y_{p_2} - y_p = C_1 y_1 + C_2 y_2 = y_h$$

แสดงว่า  $y_{p_2} - y_p$  เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการเอกพันธ์

$$y_h = y_{p_2} - y_p$$



กล่าวได้ว่าผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธ์เชิงเส้น คือ

$$y = y_h + y_p$$

ผลเฉลยทั่วไป  
ของสมการเอกพันธ์  
/ homogeneous

ผลเฉลยเฉพาะ:  
ผลเฉลยหนึ่ง  
ของสมการไม่เอกพันธ์  
/ particular

# ขั้นตอนวิธีการหาผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธ์

1. หาผลเฉลยทั่วไป  $y_h$  ของสมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้อง
2. หาผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  ผลเฉลยหนึ่ง ของสมการไม่เอกพันธ์
3. ผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธ์คือ

$$y = y_h + y_p$$

จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการ  $y'' - 2y' + y = e^x$

เมื่อพบว่าผลเฉลยหนึ่งของสมการคือ  $y = \frac{x^2 e^x}{2}$

สมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้อง

$$y'' - 2y' + y = 0$$

สมการชว

$$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$$

$$(\lambda - 1)^2 = 0$$

$$\lambda = 1$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 x e^x$$

$$y'' - 2y' + y = e^x$$

$$y = \frac{x^2 e^x}{2}$$

$$y' = \frac{d}{dx} \left( \frac{x^2 e^x}{2} \right) = \frac{x^2}{2} \frac{de^x}{dx} + \frac{e^x}{2} \frac{dx^2}{dx}$$

$$\downarrow = \frac{x^2 e^x}{2} + x e^x$$

$$y'' = \frac{d}{dx} \left( \frac{x^2 e^x}{2} + x e^x \right) = \frac{x^2 e^x}{2} + x e^x + x \frac{de^x}{dx} + e^x \frac{dx}{dx}$$

$$= \frac{x^2 e^x}{2} + \underbrace{x e^x + x e^x + e^x}$$

$$= \frac{x^2 e^x}{2} + 2x e^x + e^x$$

$$y'' - 2y' + y = e^x$$

$$y = \frac{x^2 e^x}{2}$$

$$y' = \frac{x^2 e^x}{2} + x e^x$$

$$y'' = \frac{x^2 e^x}{2} + 2x e^x + e^x$$

$$\frac{x^2 e^x}{2} + 2x e^x + e^x - 2\left(\frac{x^2 e^x}{2} + x e^x\right) + \frac{x^2 e^x}{2}$$

$$= \cancel{\frac{x^2 e^x}{2}} + \cancel{2x e^x} + e^x - \cancel{x e^x} - \cancel{2x e^x} + \cancel{\frac{x^2 e^x}{2}} = e^x$$

επιλέγουμε τη γενική λύση της ομογενούς και προσθέτουμε την particular

$$y = y_h + y_p = c_1 e^x + c_2 x e^x + \frac{x^2 e^x}{2}$$

---

$$y'' - 2y' + y = 2\cos(x)$$

เมื่อพบว่าผลเฉลยหนึ่งของสมการคือ  $y = -\sin x$

$$y'' - 2y' + y = 0 \quad (\text{สมการเอกพันธ์ที่แก้แล้ว})$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 x e^x$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธ์

$$\begin{aligned} y &= y_h + y_p \\ &= c_1 e^x + c_2 x e^x - \sin x \end{aligned}$$

ขั้นตอนวิธีการหาผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  โดย

ระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์

พิจารณาสมการไม่เอกพันธ์ ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นค่าคงตัว

$$ay'' + by' + cy = \boxed{r(x)}$$

1. ตรวจสอบว่า  $r(x)$  เป็นหนึ่งในรูปแบบฟังก์ชันที่ปรากฏทางซ้ายของตาราง 3.1 หรือไม่? ถ้าใช่ จะดำเนินการหาผลเฉลยต่อ

$r(x)$	ค่า $y_p$ ที่จะกำหนดให้เป็น
$ae^{\lambda x}$	$Ae^{\lambda x}$
$a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$	$A_n x^n + \dots + A_1 x + A_0$
$(a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0)e^{\lambda x}$	$(A_n x^n + \dots + A_1 x + A_0)e^{\lambda x}$
$a \cos(\omega x)$	$A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)$
$b \sin(\omega x)$	$A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)$
$a \cos(\omega x) + b \sin(\omega x)$	$A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)$
$(a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0) \cos(\omega x)$	$\mathcal{A}_n(x) \cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x) \sin(\omega x)$
$(a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0) \sin(\omega x)$	$\mathcal{A}_n(x) \cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x) \sin(\omega x)$
$\mathbf{A}_n(x) \cos(\omega x) + \mathbf{B}_n(x) \sin(\omega x)$	$\mathcal{A}_n(x) \cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x) \sin(\omega x)$
$a \cos(\omega x)e^{\lambda x}$	$(A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x))e^{\lambda x}$
$b \sin(\omega x)e^{\lambda x}$	$(A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x))e^{\lambda x}$
$[a \cos(\omega x) + b \sin(\omega x)]e^{\lambda x}$	$[A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)]e^{\lambda x}$
$\mathbf{A}_n(x) \cos(\omega x)e^{\lambda x}$	$[\mathcal{A}_n(x) \cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x) \sin(\omega x)]e^{\lambda x}$
$\mathbf{B}_n(x) \sin(\omega x)e^{\lambda x}$	$[\mathcal{A}_n(x) \cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x) \sin(\omega x)]e^{\lambda x}$
$[\mathbf{A}_n(x) \cos(\omega x) + \mathbf{B}_n(x) \sin(\omega x)]e^{\lambda x}$	$[\mathcal{A}_n(x) \cos(\omega x) + \mathcal{B}_n(x) \sin(\omega x)]e^{\lambda x}$



สมการเชิงอนุพันธ์อันดับสอง (ODE) ที่มีสัมประสิทธิ์คงที่

เป็นค่าคงที่

$$y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$$

$$y = C_1 e^{\lambda x} + C_2 x e^{\lambda x} = (C_1 + C_2 x) e^{\lambda x}$$

$$y = e^{rx} [C_1 \cos(sx) + C_2 \sin(sx)]$$

$e^{\lambda x}$ ,  $C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + \dots + C_n x^n$ ,  $\cos(sx)$ ,  $\sin(sx)$

2. หาผลเฉลยทั่วไป  $y_h$  ของสมการเอกพันธ์

$$ay'' + by' + cy = 0$$

3. พิจารณา  $r(x)$  แล้วเลือกผลเฉลย  $y_p$  ให้อยู่ในรูป

ทางขวาของตาราง 3.1 แต่

- ถ้า  $y_p$  ไม่มีพจน์ที่มีรูปแบบซ้ำกับพจน์ที่ปรากฏ  
ในผลเฉลยทั่วไป  $y_h$  ของสมการเอกพันธ์ สามารถ  
ใช้  $y_p$  ได้เลย

- ถ้า  $y_p$  มีพจน์ที่มีรูปแบบซ้ำกับพจน์ที่ปรากฏ  
ในผลเฉลยทั่วไป  $y_h$  ของสมการเอกพันธ์ ให้  
เอาค่า  $x$  คูณกับ  $y_p$  ที่เลือกมา

- ถ้า  $y_p$  ใหม่ ที่ได้จากการคูณด้วย  $x$  ยังมีพจน์ที่มีรูปแบบซ้ำกับพจน์ที่ปรากฏในผลเฉลยทั่วไป  $y_h$  ของสมการเอกพันธ์ ให้ให้เอาค่า  $x$  คูณซ้ำไปเรื่อยๆ จนกว่า  $y_p$  ใหม่ที่ได้ ไม่มีพจน์ที่มีรูปแบบซ้ำกับพจน์ที่ปรากฏในผลเฉลยทั่วไป  $y_h$  ของสมการเอกพันธ์
4. แทนค่า  $y_p$  ลงในสมการไม่เอกพันธ์ เพื่อเทียบหาสัมประสิทธิ์

หมายเหตุ สำหรับกรณีที่  $r(x)$  ไม่ได้เป็นหนึ่งในรูปแบบฟังก์ชันที่ปรากฏทางซ้ายของตาราง 3.1 แต่อยู่ในรูปผลรวม(หรือผลต่าง)ของฟังก์ชันที่ปรากฏทางซ้ายของตาราง 3.1 เช่น ถ้า  $r(x)$  อยู่ในรูปผลรวมของฟังก์ชัน  $r_1(x)$  และ  $r_2(x)$

$$ay'' + by' + cy = r_1(x) + r_2(x), \quad (3.32)$$

โดยที่  $r_1(x)$  และ  $r_2(x)$  มีรูปแบบฟังก์ชันที่ปรากฏทางซ้ายของตาราง 3.1

$$ay'' + by' + cy = r(x)$$

$a, b, c$  เป็นค่าคงที่

พิจารณาสมการเอกพันธ์ที่แก้แล้ว

$$ay'' + by' + cy = 0$$

$$y_h = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

พิจารณา  $r(x)$

-  $Ae^{\lambda x}$

-  $a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$

-  $\cos$

-  $\sin$



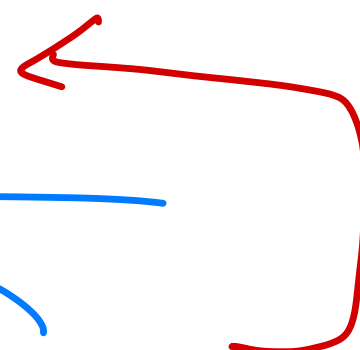
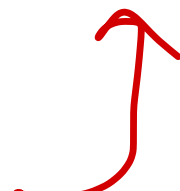
สมมติ  $y_p$

ตรวจสอบว่า  $y_p^2$



$x y_p$

$x^2 y_p \dots$



โดย ขั้นตอนวิธีการหาผลเฉลยโดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์

เราสามารถแยกหาค่าผลเฉลยเฉพาะ  $y_{p_1}$  จากสมการไม่เอกพันธ์

$$ay'' + by' + cy = r_1(x)$$

และผลเฉลยเฉพาะ  $y_{p_2}$  จากสมการไม่เอกพันธ์

$$ay'' + by' + cy = r_2(x)$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการไม่เอกพันธ์ (3.32) จะอยู่

ในรูป<sup>14</sup>

$$y = y_h + y_{p_1} + y_{p_2}$$

จงหารูปแบบของผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  ของสมการไม่เอกพันธ์

$$y'' + 2y' - 3y = r(x),$$

เมื่อ  $r(x)$  มีค่าเป็น

1.  $7 \cos(3x)$
2.  $5e^{-3x}$
3.  $x^2 \cos(\pi x)$
4.  $2xe^x \sin x - e^x \cos x$
5.  $x^2 e^x + 3xe^x$
6.  $\tan x$



สมการเอกพันธ์ ที่แก้แล้ว

$$y'' + 2y' - 3y = 0$$

สมการชอว

$$\lambda^2 + 2\lambda - 3 = 0$$

$$(\lambda + 3)(\lambda - 1) = 0$$

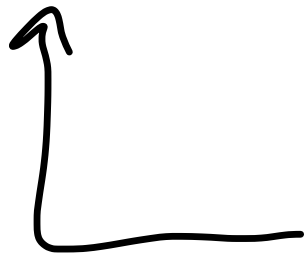
$$\lambda = 1, -3$$

$$y_h = C_1 e^x + C_2 e^{-3x}$$

$$y'' + 2y' - 3y = 7 \cos(3x)$$



$$y_h = c_1 e^x + c_2 e^{-3x}$$



สมมติว่า  $y^2$

$$y_p = A \cos(3x) + B \sin(3x)$$



$$y'' + 2y' - 3y = 5e^{-3x}$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 e^{-3x}$$

Q u<sup>2</sup>

$$y_p = A e^{-3x} \quad (M\delta_1)$$

بالجواب

$$y_p = Ax e^{-3x} \quad \checkmark$$

$$y'' + 2y' - 3y = x^2 \cos(\pi x)$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 e^{-3x}$$

$$y_p = (A + Bx + Cx^2) \cos(\pi x) + (D + Ex + Fx^2) \sin(\pi x)$$

$$y'' + 2y' - 3y = \underline{2x} \underline{e^x} \underline{\sin x} - \underline{e^x} \underline{\cos x}$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 e^{-3x}$$

$$y_p = e^x [(a_1 + a_2 x) \cos x + (b_1 + b_2 x) \sin x]$$

$y_{\text{total}} = y_h + y_p$



$$\underbrace{y'' + 2y' - 3y}_{\text{homogeneous}} = \underline{\underline{\tan x}}$$

ໄດ້ສາມາດໄດ້: ເຢັນພວມ ເຫັນພຽງມື່ນ: ສະນັ້ນ  
ໂດຍການນຳມາພວມມາດຕະໄນ

จากรูปแบบของผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  ของสมการไม่เอกพันธ์

$$y'' = r(x)$$

เมื่อ  $r(x)$  มีค่าเป็น

1. 1

2.  $3x^2$

3.  $x^2 e^x$



สมการเอกพันธ์ที่แก้แล้ว

$$y'' = 0$$

สมการชว

$$\lambda^2 = 0$$

$$\lambda = 0$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการเอกพันธ์ที่แก้แล้ว

$$y_h = C_1 e^0 + C_2 x e^0$$

$$y_h = C_1 + C_2 x$$

$$y'' = 1$$

$$y_h = c_1 + c_2 x$$

សម្រាប់  $n=2$

$$y_p = A$$

(លំដាប់ 2)

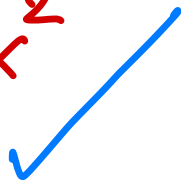
ដេរីវេ

$$y_p = Ax$$

(លំដាប់ 2)

ដេរីវេ

$$y_p = Ax^2$$



$$y'' = 3x^2$$



$$y_h = C_1 + C_2 x$$

$\int u^2$

$$y_p = A + Bx + Cx^2 \quad (u^2)$$

$\int u^j$

$$y_p = x(A + Bx + Cx^2)$$

$$= Ax + Bx^2 + Cx^3 \quad (u^2)$$

$\int u^j$

$$y_p = x(Ax + Bx^2 + Cx^3)$$

$$= Ax^2 + Bx^3 + Cx^4 \quad \checkmark$$

$$y'' = x^2 e^x$$

$$y_h = \underbrace{C_1 + C_2 x}_{\mathcal{O}(x^2)}$$

$$y_p = \underbrace{(A + Bx + Cx^2)}_{} e^x$$

$$= A e^x + B x e^x + C x^2 e^x$$



จงหารูปแบบของผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  ของสมการไม่เอกพันธ์

$$y'' - 2y' + y = r(x)$$

เมื่อ  $r(x)$  มีค่าเป็น

1.  $e^x$

2.  $xe^x$

3.  $e^x \sin x$

สมการเอกพันธ์ที่แก้แล้ว

$$y'' - 2y' + y = 0$$

สมการชอว

$$\lambda^2 - 2\lambda + 1 = 0$$

$$(\lambda - 1)^2 = 0$$

$$\lambda = 1$$

ผลเฉลยทั่วไปของสมการเอกพันธ์ที่แก้แล้ว

$$y_h = c_1 e^x + c_2 x e^x$$

$$y'' - 2y' + y = \underline{\underline{e^x}}$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 x e^x$$

สมมติให้

$$y_p = A e^x \quad (\text{ข้อ } 1)$$

เปลี่ยน

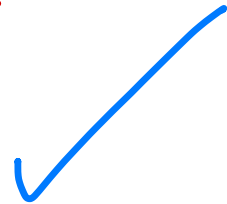
$$y_p = x(A e^x)$$

$$= \underline{\underline{A x e^x}} \quad (\text{ข้อ } 2)$$

เปลี่ยน

$$y_p = x(A x e^x)$$

$$= \underline{\underline{A x^2 e^x}}$$



$$y'' - 2y' + y = \underline{\underline{x e^x}}$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 x e^x$$

одно

$$y_p = (A + Bx) e^x$$

$$= A e^x + B x e^x \quad (\text{не})$$

одно

$$y_p = x(A + Bx) e^x$$

$$= (Ax + Bx^2) e^x$$

$$= \underline{\underline{Ax e^x + Bx^2 e^x}} \quad (\text{не})$$

одно

$$y_p = x(Ax + Bx^2) e^x$$

$$= (Ax^2 + Bx^3) e^x$$

$$= Ax^2 e^x + Bx^3 e^x \quad \checkmark$$



$$y'' - 2y' + y = e^x \sin x$$

$$\lambda = 1 \pm i$$

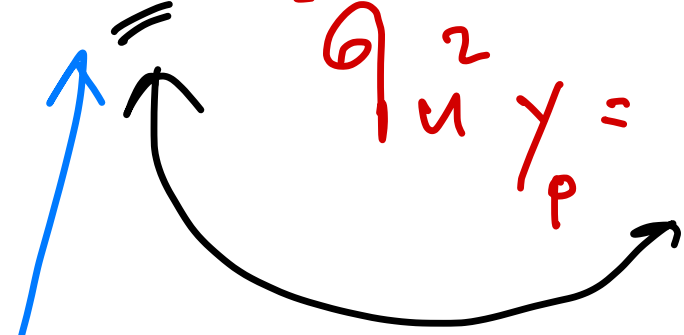
$$y = e^x [C_1 \cos x + C_2 \sin x]$$

$$y_h = c_1 e^x + c_2 x e^x$$

$$y_p = e^x [A \cos x + B \sin x]$$

$$= A e^x \cos x + B e^x \sin x$$

$$\lambda = 1, 1$$



สมการเชิงเส้นไม่เอกพันธ์  
inhomogeneous equation

$$a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = r(x)$$

พิจารณา สมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้อง

$$a(x)y'' + b(x)y' + c(x)y = 0$$

หาผลทั่วไปของสมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้อง

$$y_h = C_1 y_1 + C_2 y_2$$

หาผลเฉลยเฉพาะ: ผลเฉลยหนึ่งของสมการไม่เอกพันธ์

ผลเฉลยทั่วไปของสมการ ไม่ เอกพันธ์  $y = y_h + y_p$

การหาคำตอบเฉพาะ:  $y_p$

1. การหาคำตอบลักษณะเฉพาะ

$$- a y'' + b y' + c y = r(x)$$

$a, b, c$  ให้อ่านเป็นค่าคงตัว

-  $r(x)$  มีรูปแบบจำกัด

$e^{\lambda x}, a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n, \cos(ax), \sin(bx)$

$(a_0 + \dots + a_n x^n) e^{\lambda x}, (a_0 + \dots + a_n x^n) \cos(ax)$

$(\dots) \sin(bx)$

$(a_0 + \dots + a_n x^n) (\cos(ax) + (\dots) \sin(ax))$

$e^x$

สมมติ  $y_p$  แทนโหนด  $r(x)$

$y_p$  - พหุนาม  $a_0 + a_1x + \dots + a_n x^n$

$y_p$  - ตรีโกณมิติ  $\cos(ax)$   $\sin(ax)$   
ตัวอย่างอื่น

- ตรวจสอบว่า  $y_h$  ใช้ได้

ถ้า  $y_h$  เป็น  $y_p$  ต้อง  $\neq 0$

ตรวจสอบ  $y_h$  แทน  $y_p$  ตัวอย่างอื่น

กำหนดให้  $y'' + 4y' + 4y = r(x)$

โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์จะต้องสมมติ

ให้ผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  อยู่ในรูปใดถ้า

$$\underline{r(x) = 2007e^{2x}}$$

(1)  $y_p = Ae^{2x}$

(2)  $y_p = Axe^{2x}$

(3)  $y_p = (A_0 + A_1x)e^{2x}$

(4)  $y_p = Ax^2e^{2x}$

(5)  $y_p = Ax^3e^{2x}$

กำหนดให้  $y'' + 4y' + 4y = r(x)$

โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์จะต้องสมมติ

ให้ผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  อยู่ในรูปใดถ้า

$$\underline{r(x) = 2550e^{-2x}}$$

(1)  $y_p = Ae^{-2x}$

(2)  $y_p = Axe^{-2x}$

(3)  $y_p = (A_0 + A_1x)e^{-2x}$

(4)  $y_p = Ax^2e^{-2x}$

(5)  $y_p = Ax^3e^{-2x}$

กำหนดให้  $y'' + 4y' + 4y = r(x)$

โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์จะต้องสมมติ

ให้ผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  อยู่ในรูปใดถ้า

$$r(x) = 555xe^{2x}$$

(1)  $y_p = (A_0 + A_1x)e^{2x}$       (2)  $y_p = Axe^{2x}$

(3)  $y_p = (A_0x + A_1x^2)e^{2x}$       (4)  $y_p = Ax^2e^{2x}$

(5)  $y_p = (A_0x^2 + A_1x^3)e^{2x}$

กำหนดให้  $y'' + 4y' + 4y = r(x)$

โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์จะต้องสมมติ

ให้ผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  อยู่ในรูปใดถ้า

$$r(x) = 7,000,000xe^{-2x}$$

(1)  $y_p = (A_0 + A_1x)e^{-2x}$       (2)  $y_p = Axe^{-2x}$

(3)  $y_p = (A_0x + A_1x^2)e^{-2x}$       (4)  $y_p = Ax^2e^{-2x}$

(5)  $y_p = (A_0x^2 + A_1x^3)e^{-2x}$



$$y'' + 4y' + 4y = 2007e^{2x}$$

$$\textcircled{u}^2 \quad y_p = (1) A e^{2x}$$

---

$$y'' + 4y' + 4y = 2550e^{-2x}$$

$$\textcircled{u}^2 \quad y_p = (4) A x^2 e^{-2x}$$

---

$$y'' + 4y' + 4y = 555x e^{2x}$$

$$\textcircled{u}^2 \quad y_p = (1) (A_0 + A_1 x) e^{2x}$$

---

$$y'' + 4y' + 4y = 7,000,000 x e^{-2x}$$

$$\textcircled{u}^2 \quad y_p = (5) (A_0 x^2 + A_1 x^3) e^{-2x}$$