

ส่วนที่ 1

พื้นฐานเบื้องต้นทางคณิตศาสตร์

การคำนวณเบื้องต้น

$$1+99 = \dots\dots\dots$$

$$121+121 = \dots\dots\dots$$

$$1-3 = \dots\dots\dots$$

$$1-99 = \dots\dots\dots$$

$$-1-3 = \dots\dots\dots$$

ไม่ควรเกิน 15 วินาที!!!

$$-1-99 = \dots\dots\dots$$

$$-99+100 = \dots\dots\dots$$

$$100+99 = \dots\dots\dots$$

$$(-99)-(-99) = \dots\dots\dots$$

$$-12345+2345 = \dots\dots\dots$$

ไม่ควรเกิน 15 วินาที!!!

$$\underbrace{2 + 2 + \cdots + 2}_{20 \text{ จำนวน}} =$$

$$\underbrace{10 + 10 + \cdots + 10}_{32 \text{ จำนวน}} =$$

$$\underbrace{x + x + \cdots + x}_{20 \text{ จำนวน}} =$$

$$\underbrace{y + y + \cdots + y}_{32 \text{ จำนวน}} =$$

$$\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{5 \text{ จำนวน}} =$$

$$\underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{7 \text{ จำนวน}} =$$

$$\underbrace{x \cdot x \cdot \dots \cdot x}_{5 \text{ จำนวน}} =$$

$$\underbrace{y \cdot y \cdot \dots \cdot y}_{7 \text{ จำนวน}} =$$

การให้เหตุผลเบื้องต้น

จริงหรือเท็จ?

$$2 + 3 = 3 + 2$$

จริงหรือเท็จ?

$$a + (-b) = b + (-a)$$

จริงหรือเท็จ?

$$c + (-d) = (-d) + c$$

ลูกค้าคนหนึ่งมาซื้อสินค้าที่ร้าน ราคา **20 บาท** จากร้านค้าแห่งหนึ่งลูกค้าคน
นี้ให้ธนบัตรใบละ **100 บาท**แก่เจ้าของร้าน เนื่องจากเจ้าของร้านไม่มีเงินทอน
จึงนำธนบัตรดังกล่าวไปแลกธนบัตรย่อยกับร้านข้าง ๆ เพื่อนำมาทอน โดย
เจ้าของร้านเก็บเงินไว้ **20 บาท** และทอนเงินไปเป็นจำนวน **80 บาท** เมื่อ
ลูกค้าจากไปแล้วร้านข้าง ๆ นำธนบัตรมาคืนเพราะว่าเป็นธนบัตรปลอม และ
ขอเงินคืนจากเจ้าของร้านจำนวน **100 บาท**

คำถาม เจ้าของร้านขาดทุนไปเป็นจำนวนเงินเท่าไร?

ก.20 บาท

ข.80 บาท

ค.100 บาท

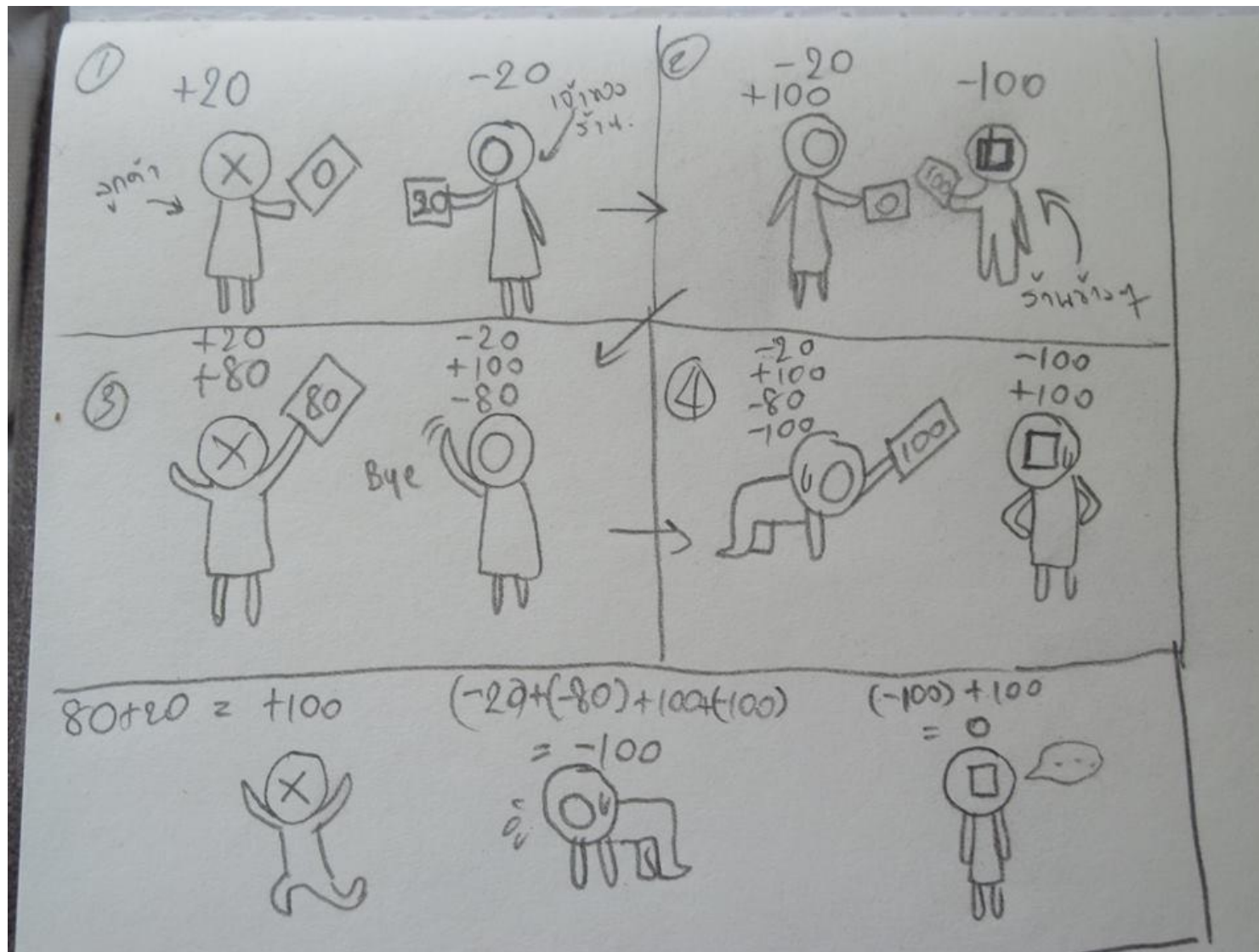
ง.120 บาท

จ.180 บาท

ฉ.200 บาท

ช.220 บาท

ซ.ไม่ถูกทุกข้อ



ทบทวนการคูณ

$$2 \times 13 =$$

$$3 \times 12 =$$

$$5 \times 8 =$$

$$7 \times 6 =$$

$$12 \times 12 =$$

ไม่ควรเกิน 15 วินาที!!!

$$(-2) \times 5 =$$

$$7 \times (-3) =$$

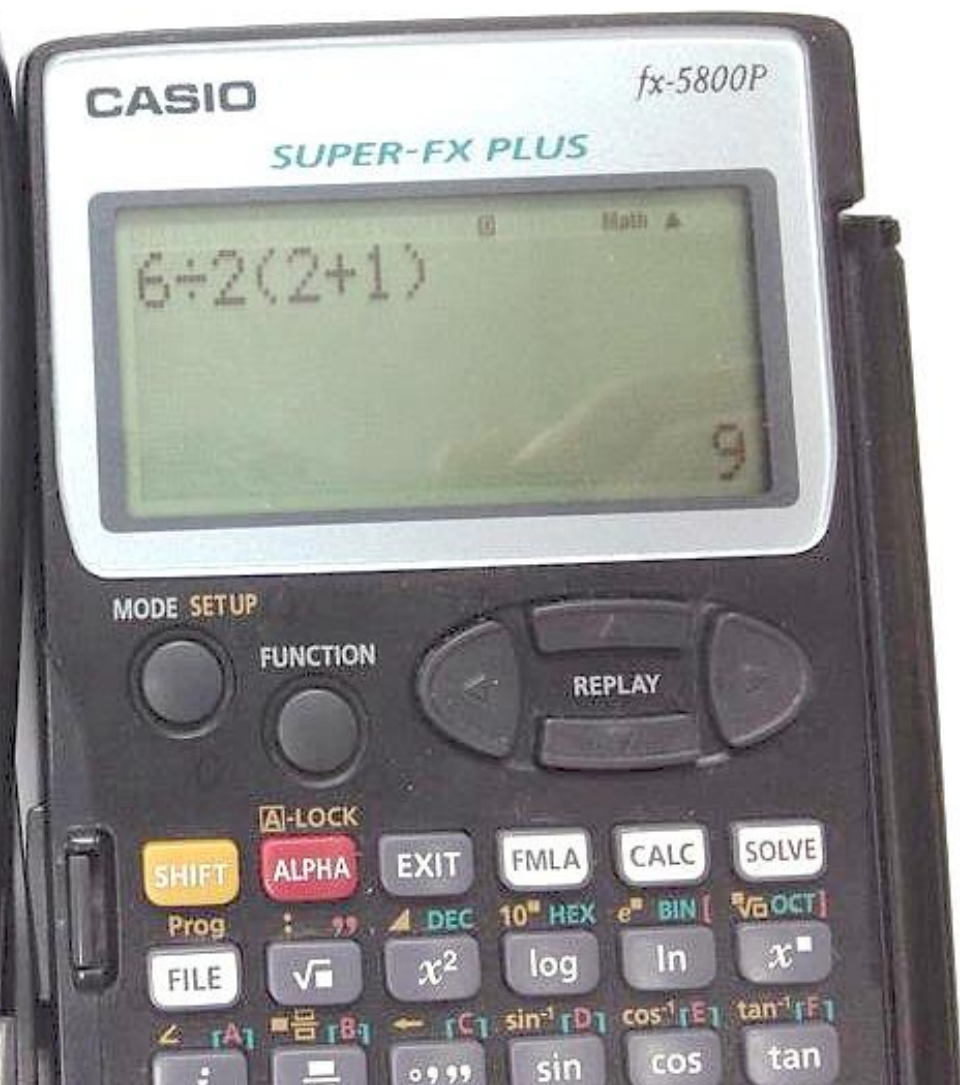
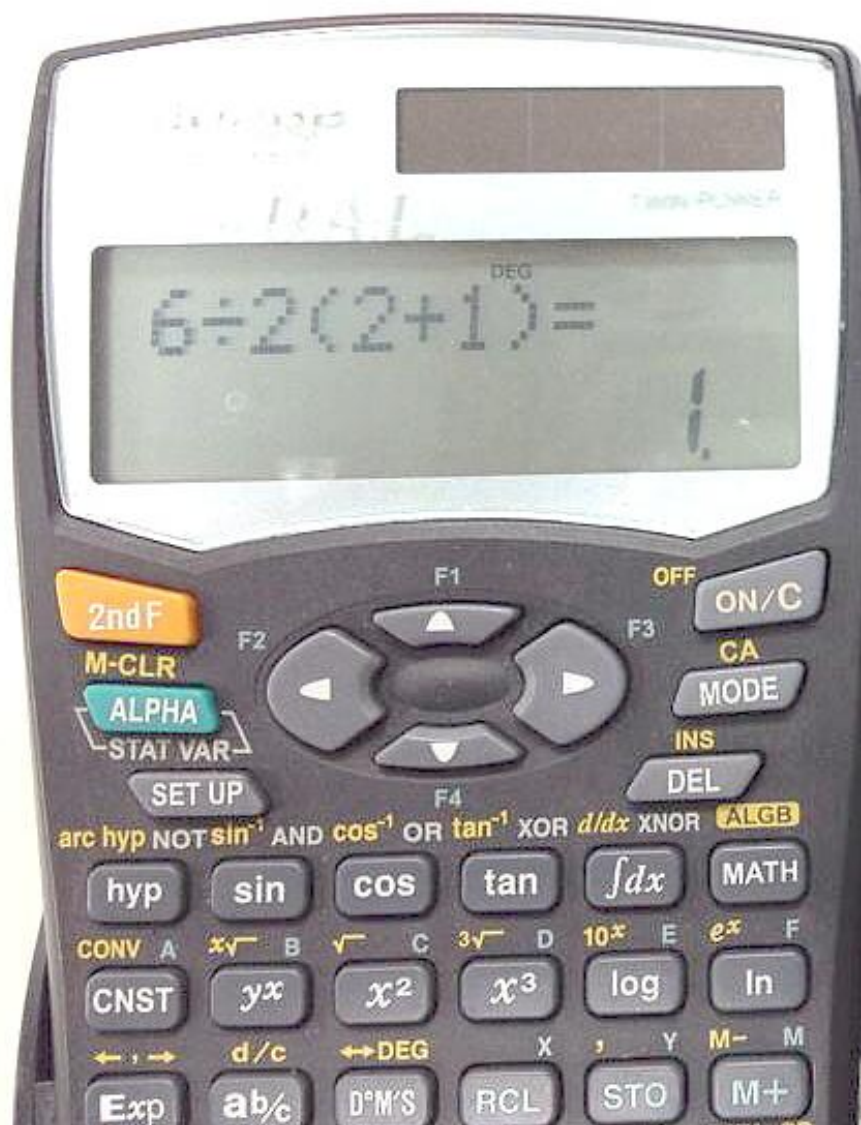
$$(-5) \times (-8) =$$

$$(-12) \times 11 =$$

$$(-100) \times (-80) =$$

ไม่ควรเกิน 15 วินาที!!!

$$8 \div 2(2 + 2)$$



สมบัติการคูณและการกระจาย

โดยทั่วไปแล้วการคูณตัวเลขมีสมบัติ

สมบัติการสลับที่ (commutativity)

$$ab = ba$$

สมบัติการแจกแจง (distributivity)

$$a(b + c) = ab + bc$$

เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนเต็ม หรือ จำนวนตรรกยะ หรือ จำนวนอตรรกยะ
หรือจำนวนจริง

จริงหรือเท็จ?

$$(2 + 3)4 = 4(3 + 2)$$

จริงหรือเท็จ?

$$ab - cd = ba - dc$$

จริงหรือเท็จ?

$$2b - 2d = 2(b - d)$$

จริงหรือเท็จ?

$$-(a + b - c) = c - b - a$$

จริงหรือเท็จ?

$$a + b - 3 + 4 - c - d = a - d + 4 - 3 - c + b$$

จริงหรือเท็จ?

$$-(4 - 3 - 2 - 1) = 1 - 2 - 3 - 4$$

จริงหรือเท็จ?

$$-(a + b + c - d) = d - a - b - c$$

จริงหรือเท็จ?

มีโอกาสนที่สมการ $a(b - c) = a(c - b)$ เป็นจริง

จริงหรือเท็จ?

$$a(b + c) = ac + ab \text{ เสมอ}$$

การเปรียบเทียบจำนวน

จริงหรือเท็จ?

$$2 < 3$$

$$-2 < -3$$

$$5 < 0$$

จริงหรือเท็จ?

$$2 < 2$$

$$2 \leq 2$$

$$-4 \geq -5$$

ตรรกศาสตร์ “หรือ” !!!

จริงหรือเท็จ?

$$10 \geq -11$$

$$-12 \geq 12$$

$$2 + 3 \geq 3 + 2$$

ตรรกศาสตร์ “หรือ” !!!

การพิจารณาตัวแปร

จริงหรือเท็จ?

$$-(a + b) < a + b$$

$$-(a - b) \leq b - a$$

$$-(-a) = a$$

ตรรกศาสตร์ “หรือ”
ตรรกศาสตร์บ่งปริมาณ
ขอบเขตของตัวแปร

เศษส่วนและทศนิยม

การแปลงเศษส่วนเป็นทศนิยม

$$\frac{1}{2} =$$

$$\frac{5}{4} =$$

$$\frac{-2}{3} =$$

$$\frac{10}{-11} =$$

การแปลงทศนิยมเป็นเศษส่วน

$$0.1 =$$

$$0.0025 =$$

การแปลงทศนิยมเป็นเศษส่วน

$$0.\dot{1} =$$

$$0.\dot{1}2\dot{3} =$$

การแปลงทศนิยมเป็นเศษส่วน

$$0.12\dot{3}4\dot{5} =$$

จริงหรือเท็จ?

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

จริงหรือเท็จ?

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{15}$$

จริงหรือเท็จ?

$$\frac{2a + 2b}{2} = a + 2b$$

จริงหรือเท็จ?

$$\frac{(2a)(2b)}{2} = 2ab$$

จริงหรือเท็จ?

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

จริงหรือเท็จ?

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{ab}{ac}$$

จริงหรือเท็จ?

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

ส่วนที่ 2

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์

จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถถูกเขียนได้ในรูป
เศษส่วนของเศษ ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม และ ส่วนซึ่งเป็น
จำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ เช่น

$$\frac{0}{9}, \frac{-11}{3}, \frac{11}{-3}, -\frac{11}{3}, \frac{22}{6}, \frac{6}{22}, \dots$$

จำนวนเฉพาะ (prime numbers)

จำนวนเฉพาะ คือ จำนวนเต็มบวก ที่มีค่ามากกว่า 1 ที่ถูก หารลงตัว ด้วยเลขจำนวนเต็มบวกได้เพียงแค่ 2 จำนวน คือ 1 และเลขจำนวนนั้นเอง

จำนวนเฉพาะ

มีประโยชน์อย่างไร?

การเขียนจำนวนเต็มต่าง ๆ ที่มีค่ามากกว่า 2
ให้อยู่ในรูปของผลคูณของจำนวนเฉพาะ

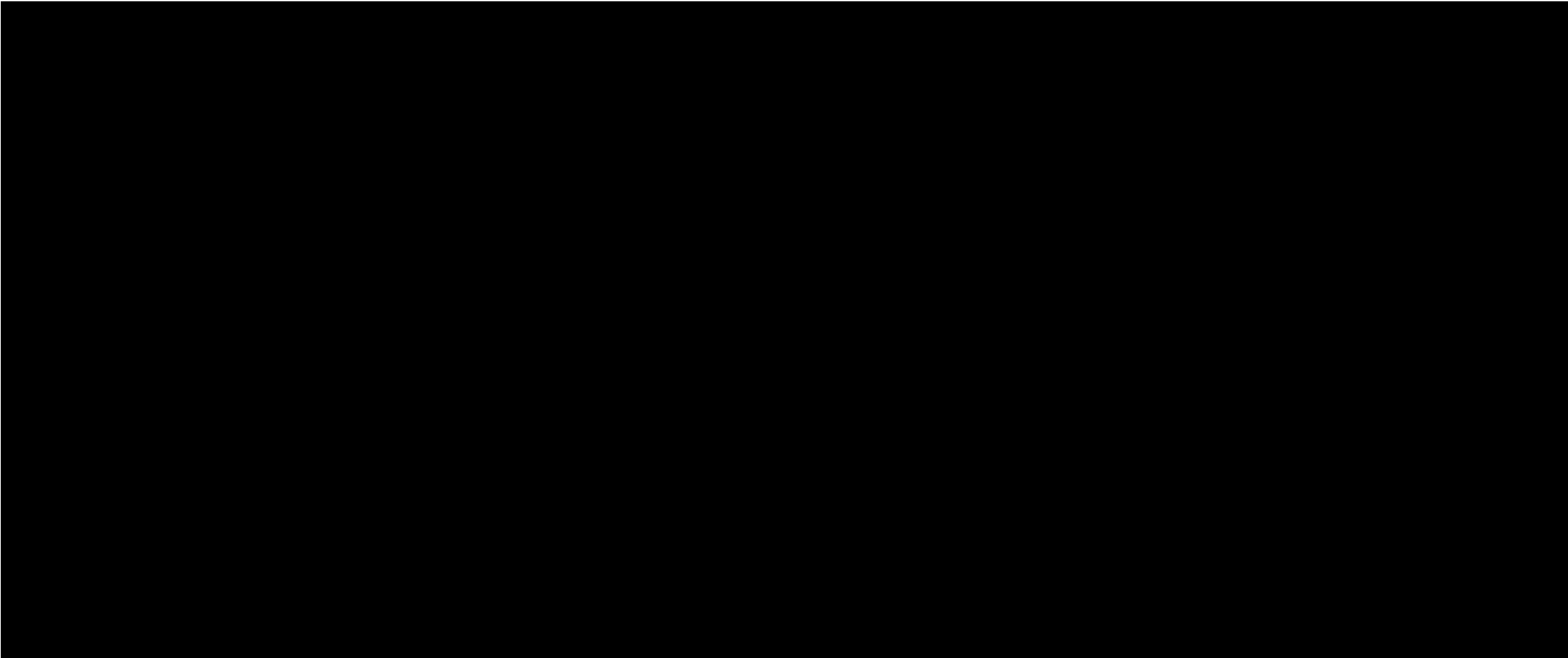
$$1024 = 2^{10}$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

$$10403 = 101 \cdot 103$$

ทฤษฎีบทมูลฐานของเลขคณิต (fundamental theorem of arithmetic)



ภาพยนตร์ The King's Man (2021)

เลขยกกำลังและราก

การยกกำลัง (Power of Numbers)

ถ้า a เป็นจำนวนตรรกยะใด ๆ และ n

เป็นจำนวนนับแล้ว จะนิยามการยกกำลังได้ดังนี้

a^n (อ่านว่า a ยกกำลัง n) หมายถึง

a คูณกันเป็นจำนวน n ตัว

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ จำนวน}}$$

สำหรับ $a \neq 0$

a^{-n} (อ่านว่า a ยกกำลัง $-n$) หมายถึง

ผลผกผันการคูณของ a^n หรือ $\frac{1}{a^n}$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ จำนวน}}}$$

สำหรับ $a \geq 0$ แล้ว $a^{\frac{1}{n}}$

อ่านว่า a ยกกำลัง หนึ่งส่วน n

หมายถึง จำนวน b ซึ่ง $b^n = a$

$$a^{\frac{1}{n}} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

ในบางครั้งอาจใช้สัญกรณ์ $\sqrt[n]{a}$ แทน $a^{\frac{1}{n}}$

และเรียก $\sqrt[n]{a}$ ว่า “รากที่ n ของ a ”

และสำหรับกรณี $n = 2$ มักใช้สัญกรณ์ $\sqrt{a}$

สำหรับ n ที่เป็นจำนวนคู่ และ $a > 0$ แล้ว

$$\sqrt[n]{a} > 0 \quad \text{เสมอ}$$

ถ้า $x^2 = 4$ แล้ว x มีค่าเป็นเท่าใด

$$\sqrt{4} =$$

$$a^n \times b^n = (ab)^n \quad \text{เพราะว่า}$$

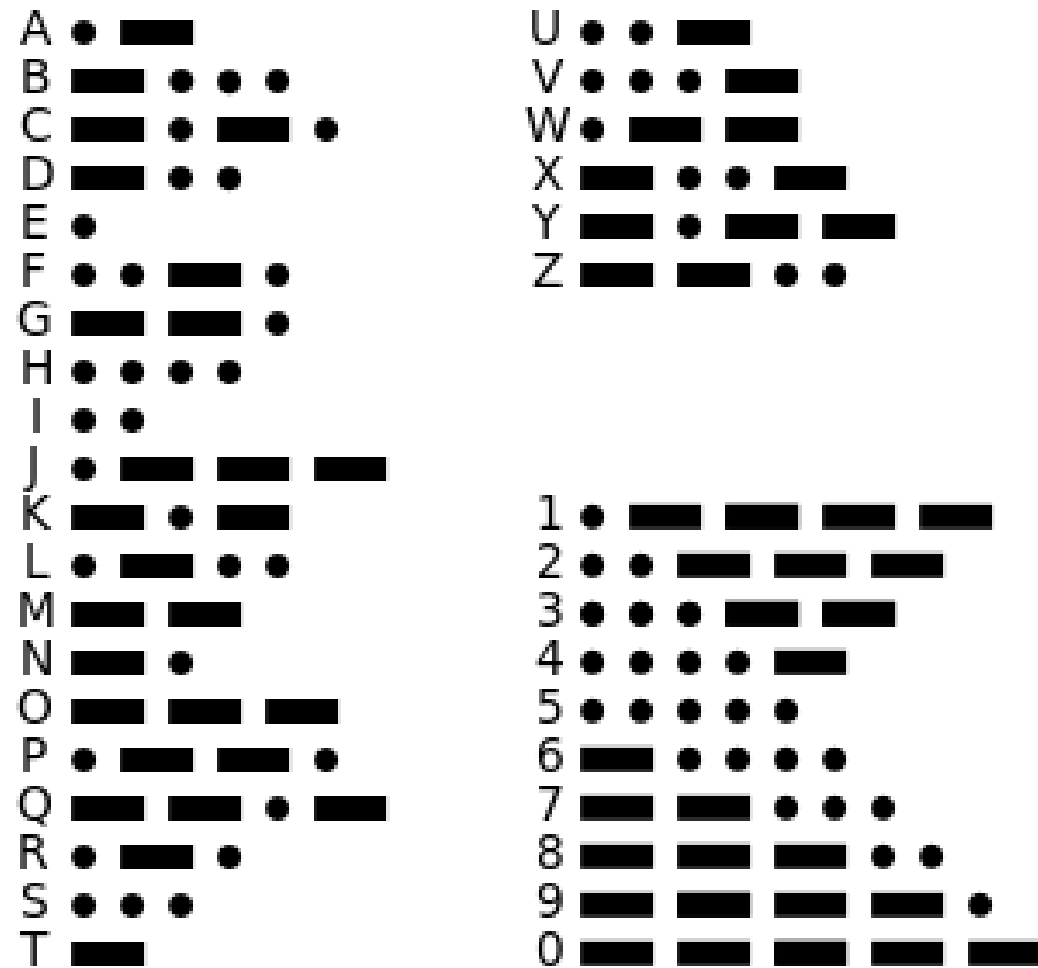
$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad \text{เพราะว่า}$$

$$a^n \times a^m = a^{m+n} \quad \text{เพราะว่า}$$

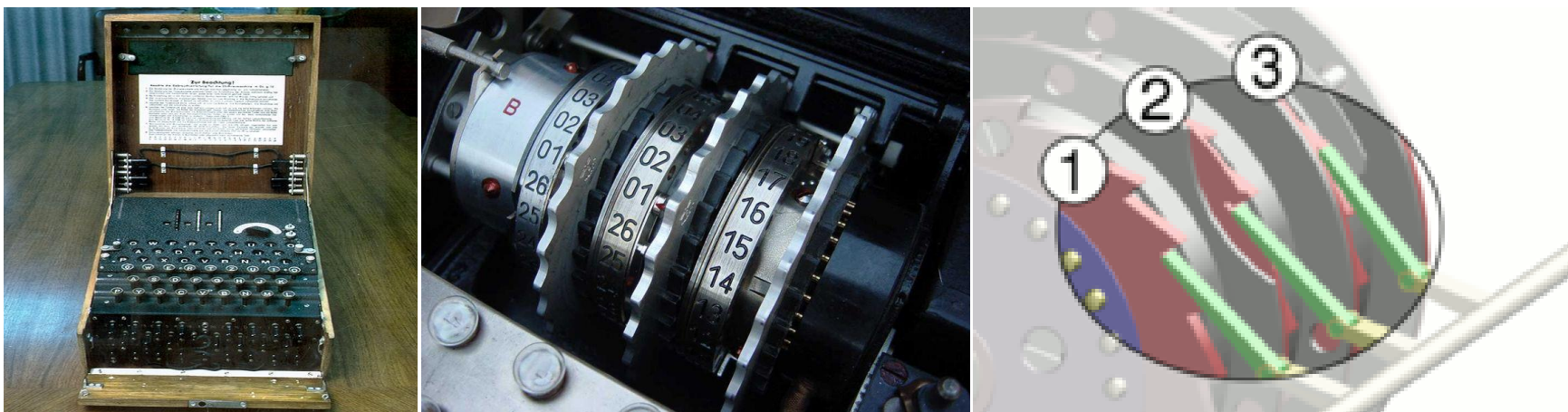
สำหรับ $a \neq 0$ แล้ว $a^0 = 1$ เพราะว่า

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{เพราะว่า}$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{mn} \quad \text{เพราะว่า}$$



<https://th.wikipedia.org/wiki/รหัสมอร์ส>



อุปกรณ์สำหรับเข้ารหัส Enigma ของประเทศเยอรมัน และ
ส่วนประกอบ เพื่อใช้ในการส่งข้อความลับในสงครามโลกครั้งที่ 2
[http://en.wikipedia.org/wiki/Enigma_\(machine\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Enigma_(machine))



<https://www.youtube.com/watch?v=iLYR9m-5kvA>



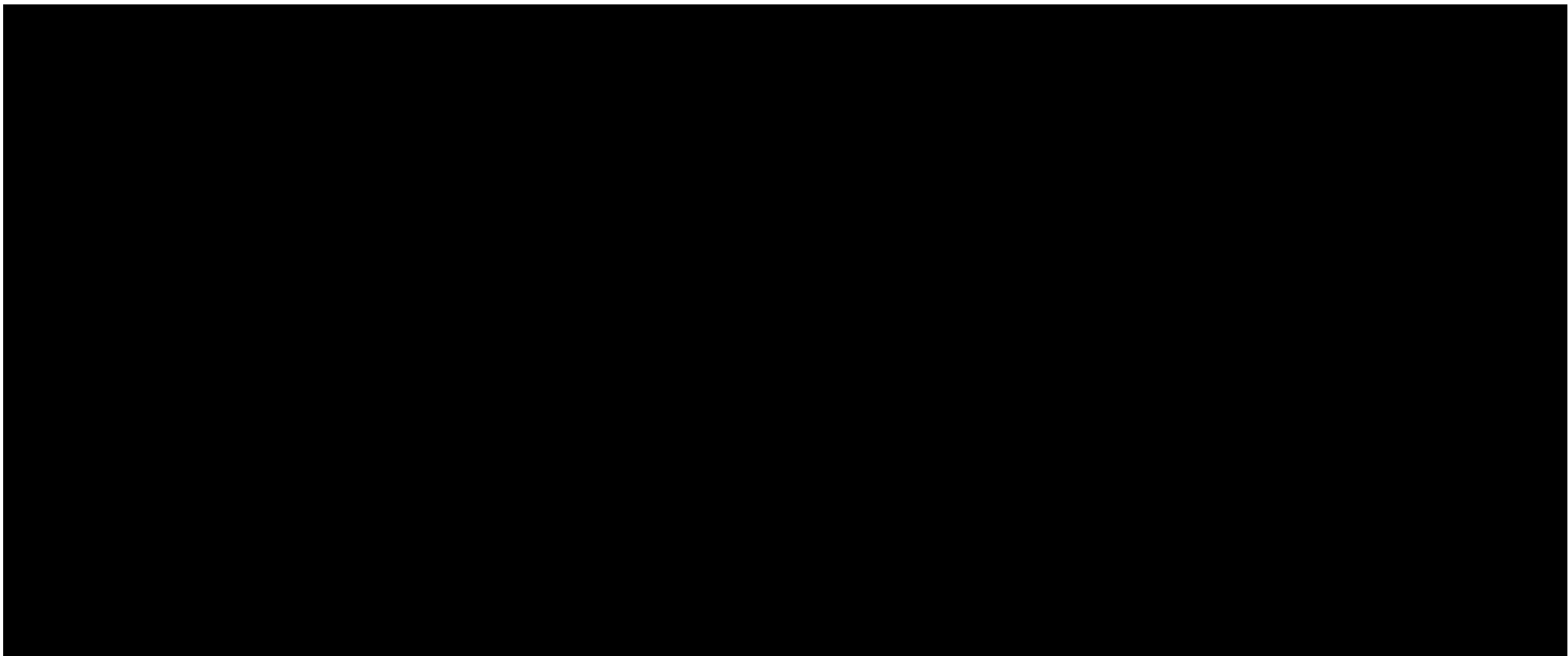
Your rating: ★★★★★★ -/10
 Ratings: 8.1/10 from 229,641 users Metascore: 73/100
 Reviews: 459 user | 392 critic | 49 from Metacritic.com

The Imitation Game

During World War II, **mathematician** Alan Turing tries to crack the enigma code with help from fellow mathematicians.



<https://www.youtube.com/watch?v=5IhzwNHGCGw>



ทบทวนการรยกกำลัง

$$2^6 =$$

$$(-3)^3 =$$

$$4^{-2} =$$

$$2^{10} \times 5^{10} =$$

ไม่ควรเกิน 30 วินาที!!!

$$\frac{20^6}{2} =$$

$$\frac{20^6}{64} =$$

ไม่ควรเกิน 15 วินาที!!!

$$2^6 =$$

$$(-3)^3 =$$

$$4^{-2} =$$

$$2^{10} \times 5^{10} =$$

ไม่ควรเกิน 30 วินาที!!!

$$\sqrt{16} =$$

$$\sqrt[4]{16} =$$

$$\sqrt{4^2} =$$

$$\sqrt{(-4)^2} =$$

ไม่ควรเกิน 15 วินาที!!!

จริงหรือเท็จ?

$$2^4 = 4^2$$

จริงหรือเท็จ?

$$2^4 = (-2)^4$$

จริงหรือเท็จ?

$$\frac{1^2}{2} = \frac{1}{4}$$

จริงหรือเท็จ?

$$\left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} \times \frac{1}{3^2}$$

จริงหรือเท็จ?

$$\frac{1}{\sqrt{4}} = 4^{-\frac{1}{2}}$$

จริงหรือเท็จ?

$$\left((-2)^2\right)^{\frac{1}{2}} = -2$$

จริงหรือเท็จ?

$$1.1^{20} = \frac{11^{20}}{10^{20}}$$

จริงหรือเท็จ?

$$\frac{10^{20}}{2} = 5^{20}$$

จริงหรือเท็จ?

$$\sqrt[10]{1024} = 2$$

$$\frac{\sqrt{5^{20}}}{5^5} - 2 \cdot 3^2$$

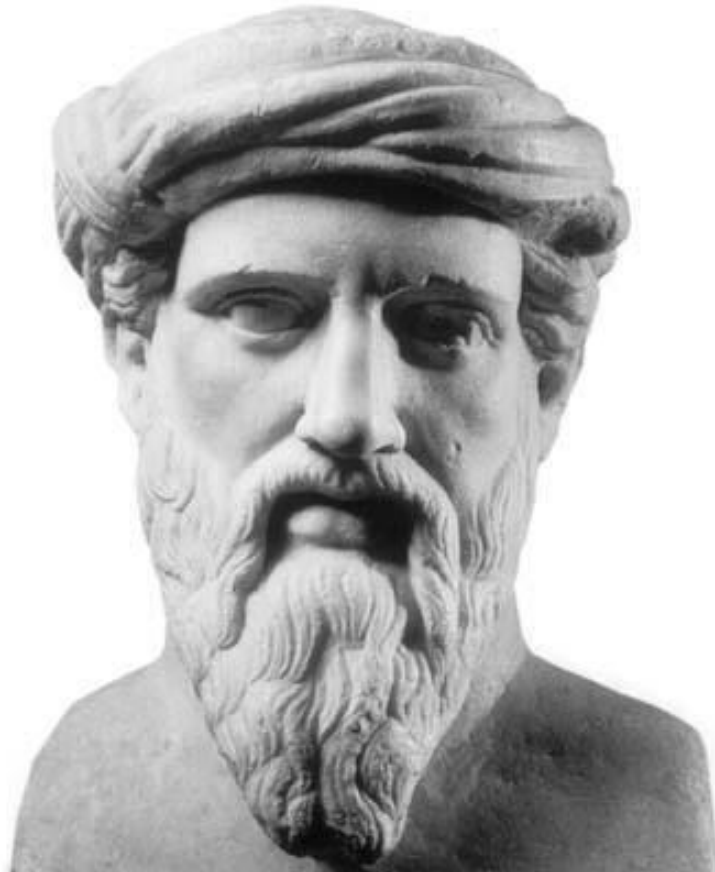
$$\left(\begin{array}{c|c} 7^{-3} & 3^{-11} \times 11^{-1} \\ \hline 3^{-2} & 11^{-82} \end{array} \right)$$

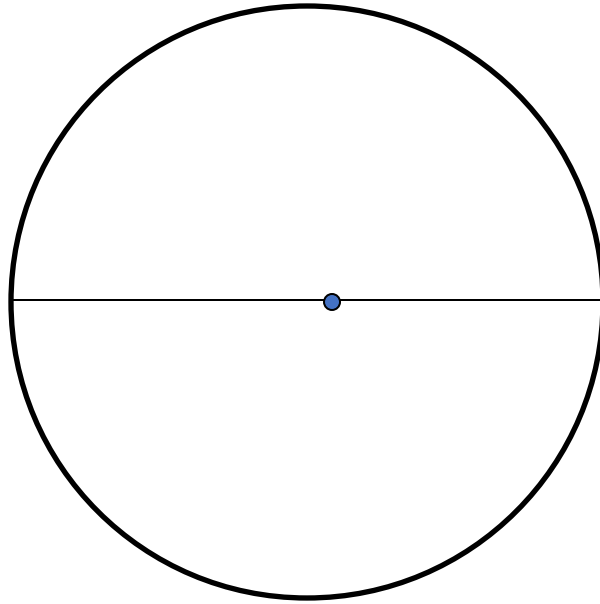
$$\left(\begin{array}{c|c} 5^{-5} & 3^4 \times 2^6 \\ \hline 4^2 & 9^2 \end{array} \right)$$

จำนวนอตรรกยะ (Irrational Numbers)

มีการค้นพบว่าจำนวนบางชนิดไม่สามารถเขียนถูกเขียนได้ในรูปของจำนวนตรรกยะได้ นั่นคือ ไม่สามารถถูกเขียนได้ในรูปเศษส่วนของเศษ ซึ่งเป็นจำนวนเต็ม และ ส่วน ซึ่งเป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นศูนย์ เราเรียกจำนวนดังกล่าวว่าจำนวนอตรรกยะ ตัวอย่างจำนวนดังกล่าวเช่น

$\sqrt{2}$ หมายถึงจำนวนบวกที่ยกกำลังสอง แล้วมีค่าเท่ากับ 2 โดยมี
เรื่องเล่าว่าลูกศิษย์ของพีทาโกรัส ชื่อว่า ฮิปปาซุส (Hippasus) เป็นผู้แรก
ที่พิสูจน์ได้ว่า $\sqrt{2}$ ไม่เป็นจำนวนตรรกยะ





π เป็นอัตราส่วนของความยาวเส้นรอบวงกลมใดๆ ต่อความยาวเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนั้น ซึ่งสามารถพิสูจน์ได้ว่า π ไม่ใช่จำนวนตรรกยะ

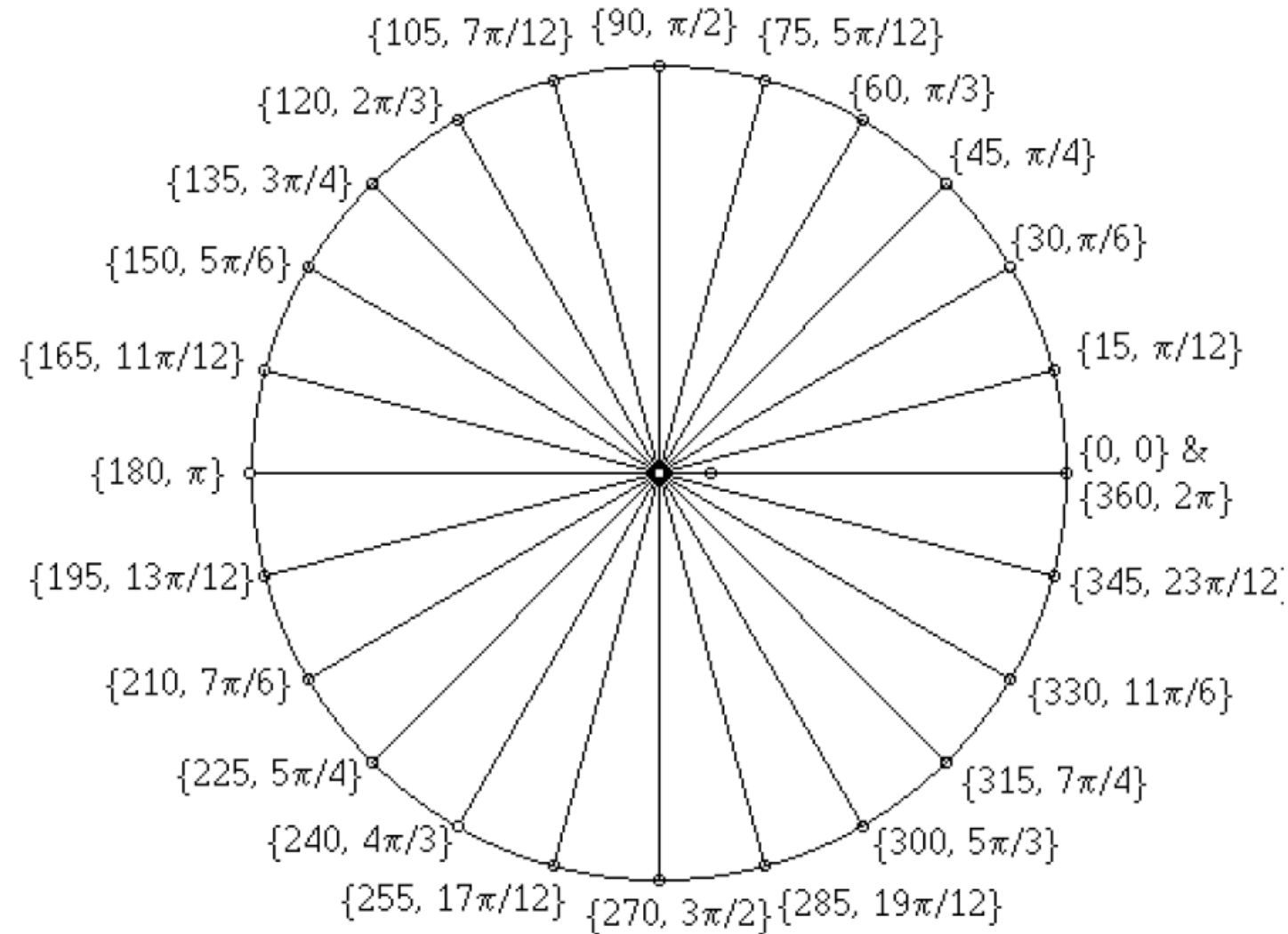
ส่วนค่า $\frac{22}{7}$ หรือ 3.14 เป็นเพียงค่าประมาณของค่า π

ตัวอย่างจำนวนอตรรกยะ (Irrational Numbers)

$$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{101}, 1 + \sqrt{2},$$

$$\pi, \pi - \sqrt{3}, e, \frac{\sqrt{7}}{2}, \sin(1), \cos(2), \dots$$

ฟังก์ตรีโกณมิติ (trigonometry function)



Picture from: <http://math.rice.edu>



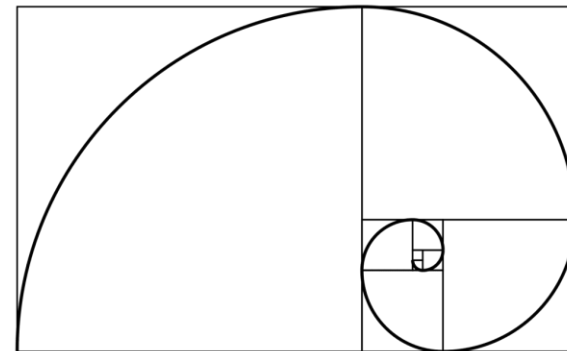
<https://www.encounterstravel.com/blog/giza-plateau>



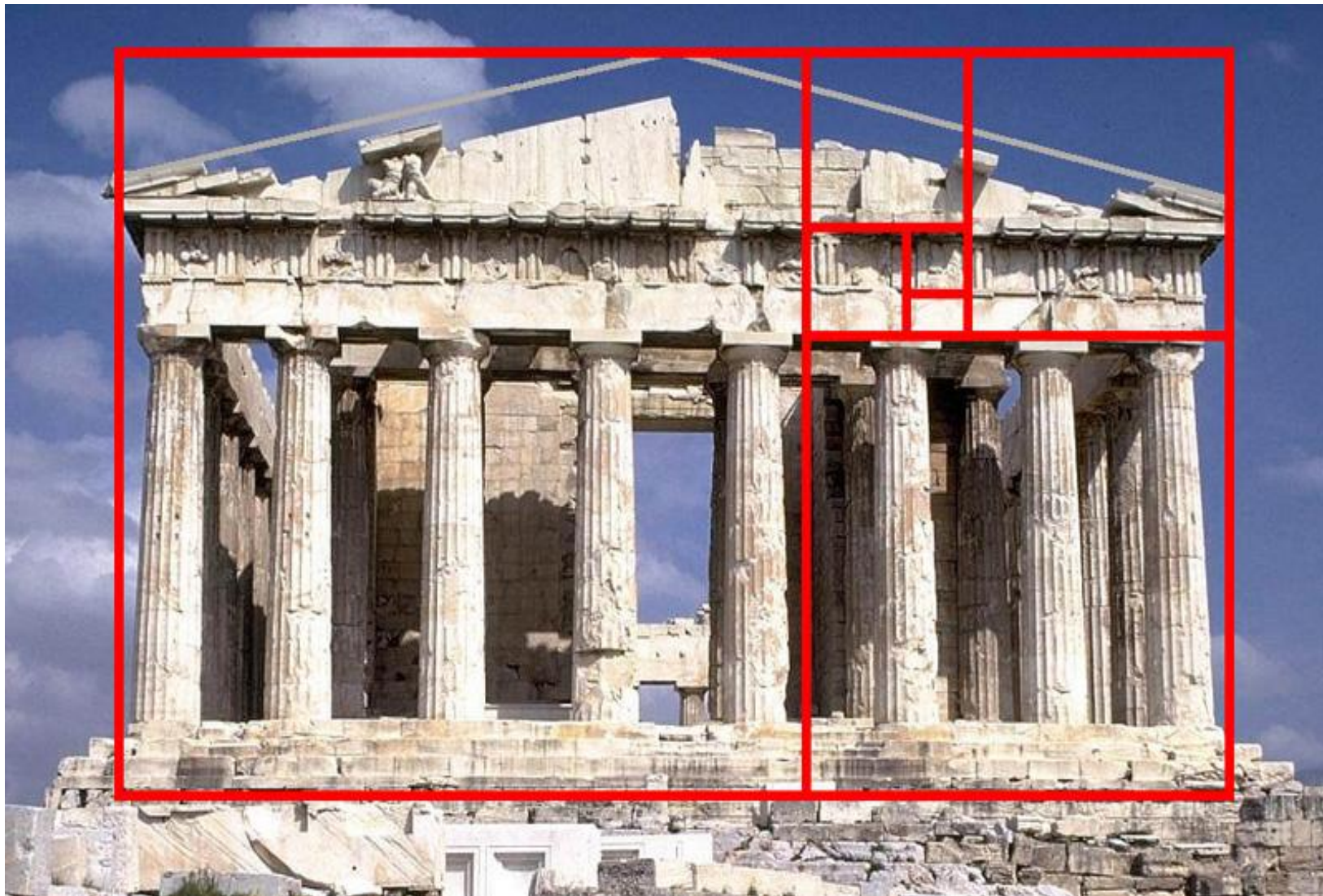
<http://www.1st-art-gallery.com/thumbnail/140754/1/Collecting-Water-From-The-Nile,-Plate-6-From-Volume-II-Arts-And-Trades-Of-Description-Of-Egypt-1822.jpg>

อัตราส่วนทอง (golden ration)

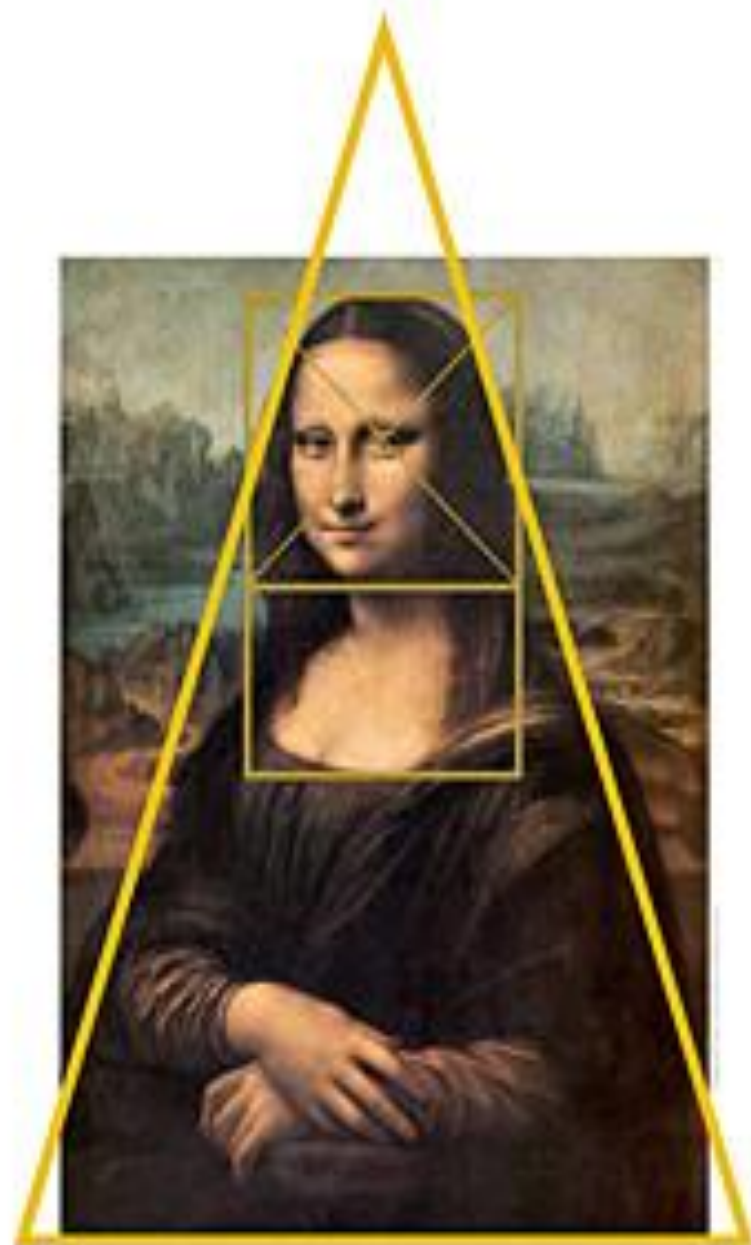
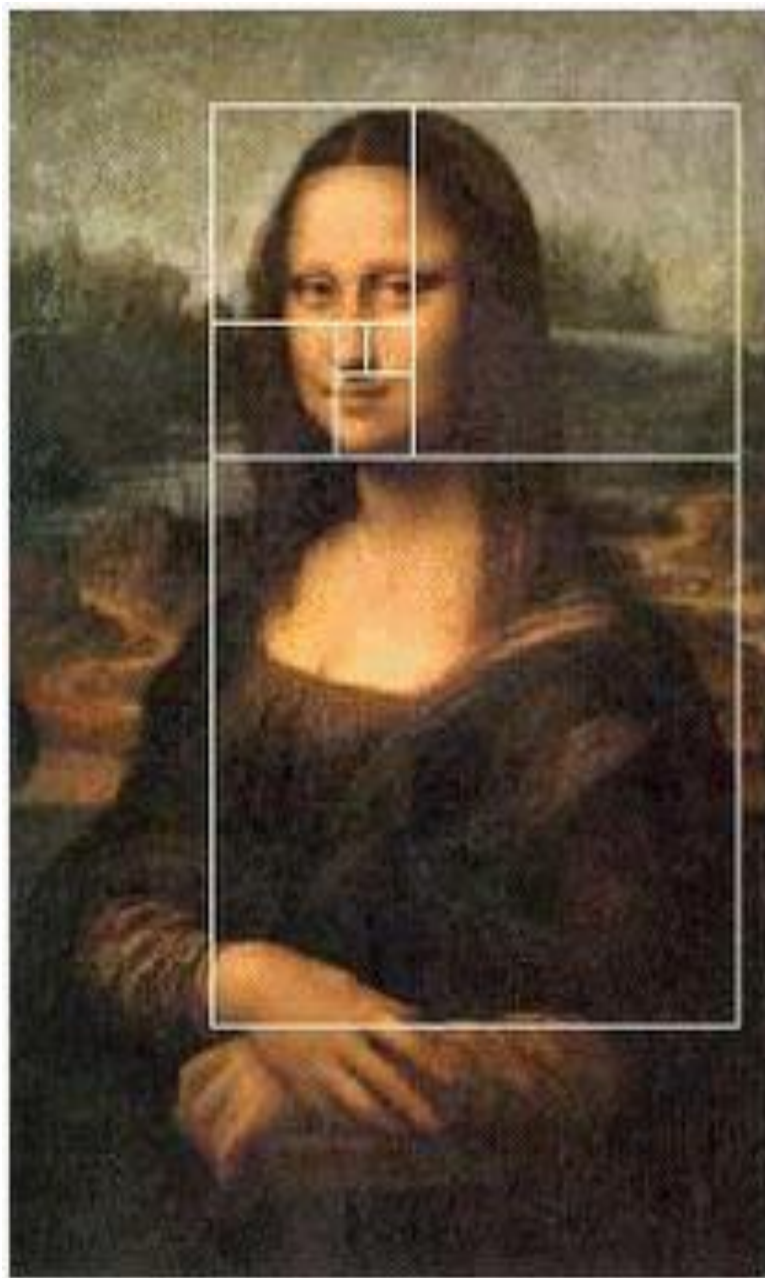
$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618033988...$$



<https://www.elegantthemes.com/blog/design/the-golden-ratio-the-ultimate-guide-to-understanding-and-using-it>



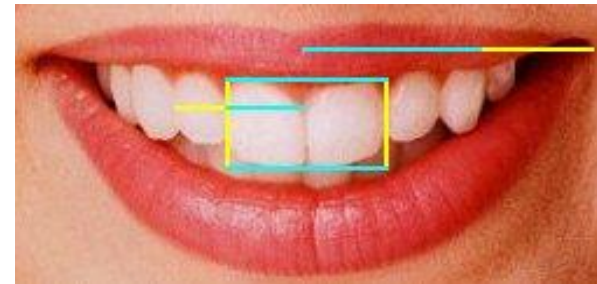
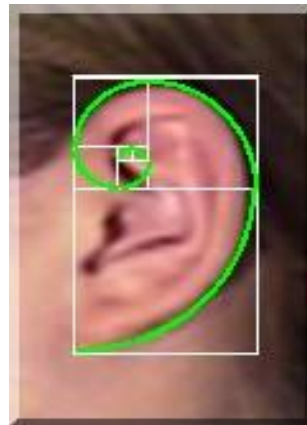
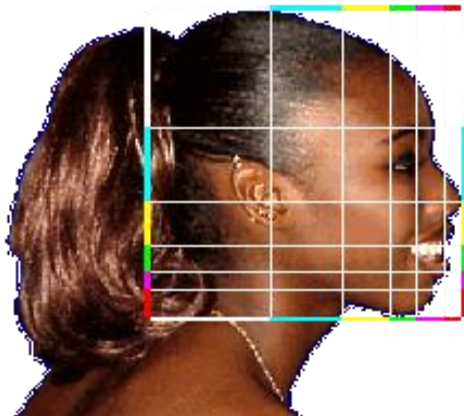
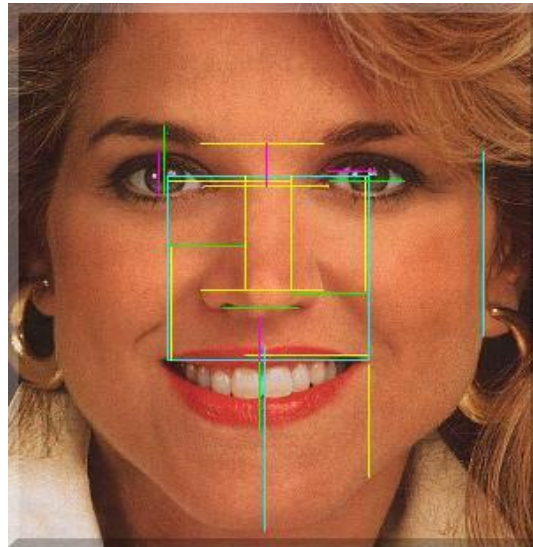
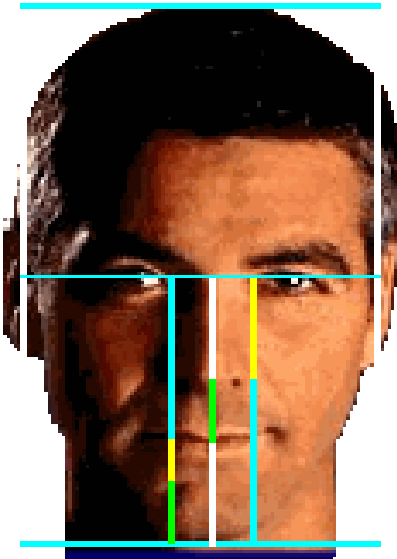
The Parthenon in Greece



Leonardo

1 : 1.618

การวัดความสวย-ความหล่อ ด้วยอัตราส่วนทอง





จริงหรือเท็จ?

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$$

จริงหรือเท็จ?

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5$$

จริงหรือเท็จ?

$$\left(-\sqrt{5}\right)^2 = 5$$

จริงหรือเท็จ?

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^0 = 1$$

จริงหรือเท็จ?

$$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

จริงหรือเท็จ?

$$\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 12$$

จำนวนจริง (Real Numbers)

พบว่าเมื่อรวมจำนวนตรรกยะและอตรรกยะเข้าด้วยกันเป็นระบบจำนวนใหม่ ระบบจำนวนดังกล่าวมีคุณสมบัติที่ดี สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ เศรษฐศาสตร์ สถาปัตยกรรม และด้านอื่นๆ อีกมากมาย รวมทั้งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เป็นเครื่องมืออธิบายปรากฏการณ์ทางธรรมชาติได้ โดยคุณสมบัติต่าง ๆ ที่มีในจำนวนนับและจำนวนตรรกยะ เช่น คุณสมบัติปิดการบวก เอกลักษณ์การบวก ตัวผกผันการบวก คุณสมบัติปิดการคูณ เอกลักษณ์การคูณ ตัวผกผันการคูณ การกระจาย การยกกำลัง ก็ปรากฏในระบบจำนวนดังกล่าวด้วย เราเรียกระบบจำนวนดังกล่าวว่า **ระบบจำนวนจริง** และเรียกรวมจำนวนตรรกยะและอตรรกยะว่า **จำนวนจริง**

ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็ม

$a \times b = 0$ สรุปได้ว่า

ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็ม

$a \times b = 1$ สรุปได้ว่า

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง

$a \times b = 0$ สรุปได้ว่า

ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริง

$a \times b = 1$ สรุปได้ว่า

ส่วนที่ 3

ทบทวนความเข้าใจสิ่งที่เรียนก่อนหน้านี

จริงหรือเท็จ?

$$(a - b)^2 = a^2 - b^2$$

จริงหรือเท็จ?

$$(x + 1)^3 = x^3 + 1$$

จริงหรือเท็จ?

$$\frac{a}{-b} = \frac{-b}{a}$$

จริงหรือเท็จ?

$$-\frac{a+b}{a-b} = \frac{a+b}{b-a}$$

จริงหรือเท็จ?

ตรรกศาสตร์ “ถ้า..แล้ว”

สมบัติของจำนวนจริง

ถ้า $a > b$ แล้ว $ac > bc$

จริงหรือเท็จ?

ถ้า $ac = bc$ แล้ว $a = b$

ตรรกศาสตร์ “ถ้า..แล้ว”

สมบัติของจำนวนจริง

จริงหรือเท็จ?

ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$

ตรรกศาสตร์ “ถ้า..แล้ว”

สมบัติของจำนวนจริง

จริงหรือเท็จ?

ตรรกศาสตร์ “ถ้า..แล้ว”

สมบัติของจำนวนจริง

ถ้า $a > b$ และ d เป็นจำนวนนับแล้ว $ad > bd$

1. จงหาค่า x เมื่อ $\frac{6 + 2x}{15 + 5x} = \frac{1}{5}$

2. จงหาค่า x เมื่อ $\frac{6 + 2x}{15 + 5x} = \frac{2}{5}$