การหาปริพันธ์โดยวิธีแทนที่
Integration by Substitution

การหาปริพันธ์ทีละส่วน
Integration by Parts

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

การหาปริพันธ์โดยวิธีแยกเศษส่วนย่อย
Integration by Partial Fractions

การหาปริพันธ์โดยวิธีแทนที่ด้วยฟังก์ชันตรีโกณ
Integration by Trigonometric Substitution

การหาปริพันธ์โดยวิธีแทนที่

Integration by Substitution

การหาปริพันธ์โดย**วิธีแทนที่**เป็นเสมือน<u>**บทกลับ**</u>ของการหาอนุพันธ์โดยใช้**กฎลูกโซ่**

พิจารณา $\int f(g(x))g'(x)dx$

ถ้าให้ $u = g(x)$ พบว่า $\frac{du}{dx} = \frac{dg}{dx}(x) = g'(x)$

ดังนั้น differential ของ u คือ

$$du = g'(x)dx$$

แสดงว่า

$$\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(u)du$$

$$= F(u) + c$$

แทนค่า u กลับ $= F(g(x)) + c$ เมื่อ c เป็น<u>ค่าคงตัว</u>ใดๆ

การหาปริพันธ์ทีละส่วน

Integration by Parts

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

การหาปริพันธ์ทีละส่วนเป็นเสมือน<u>**บทกลับ**</u>
ของการหา**อนุพันธ์ของผลคูณ**

$$\int \ln x dx$$

$$\int x \ln x dx$$

$$\int x \sin x dx$$

$$\int x \cos x dx$$

$$\int x e^x dx$$

$$\int e^x \cos x dx$$

$$\int e^x \sin x dx$$

การหาปริพันธ์โดยวิธีแยกเศษส่วนย่อย

Integration by Partial Fractions

การหาปริพันธ์โดยวิธีแยกเศษส่วนย่อย โดยส่วนใหญ่จะใช้สำหรับการหาปริพันธ์ของ **<u>ฟังก์ชันตรรกยะ</u>**

การแยกเศษส่วนย่อย

ฟังก์ชัน $\dfrac{p_n(x)}{(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_m)}$

สามารถแยกได้เป็น

$$\frac{p_n(x)}{(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_m)} = \frac{A_1}{(x-a_1)} + \frac{A_2}{(x-a_2)} + \cdots + \frac{A_m}{(x-a_m)}$$

<u>หมายเหตุ</u> n ต้องน้อยกว่า m

การแยกเศษส่วนย่อย

ฟังก์ชัน $$\frac{p_n(x)}{(x-a_1)^m}$$

สามารถแยกได้เป็น

$$\frac{p_n(x)}{(x-a_1)^m} = \frac{A_1}{(x-a_1)} + \frac{A_2}{(x-a_1)^2} + \cdots + \frac{A_m}{(x-a_1)^m}$$

<u>หมายเหตุ</u> n ต้องน้อยกว่า m

การแยกเศษส่วนย่อย

ฟังก์ชัน $$\frac{p_n(x)}{(x-a_1)^{m_1}(x-a_2)^{m_2}\cdots(x-a_r)^{m_r}}$$

สามารถแยกได้เป็น

$$\frac{A_1}{(x-a_1)}+\frac{A_2}{(x-a_1)^2}+\cdots+\frac{A_{m_1}}{(x-a_1)^{m_1}}+$$

$$\frac{B_1}{(x-a_2)}+\frac{B_2}{(x-a_2)^2}+\cdots+\frac{B_{m_2}}{(x-a_2)^{m_2}}$$

$$\cdots$$

$$\frac{\zeta_1}{(x-a_r)}+\frac{\zeta_2}{(x-a_r)^2}+\cdots+\frac{\zeta_{m_r}}{(x-a_r)^{m_r}}+$$

การแยกเศษส่วนย่อย

ฟังก์ชัน $$\frac{p_n(x)}{(a_1x^2+b_1x+c_1)\cdots(a_mx^2+b_mx+c_m)}$$

(ไม่สามารถแยกตัวประกอบ $a_ix^2+b_ix+c_i=0$, $i=1,\ldots,m$ ได้)

สามารถแยกได้เป็น

$$\frac{A_1x+B_1}{(a_1x^2+b_1x+c_1)}+\cdots+\frac{A_mx+B_m}{(a_mx^2+b_mx+c_m)}$$

การแยกเศษส่วนย่อย

ฟังก์ชัน $$\frac{p_n(x)}{(x-a)^{m_1}(a_2x^2+b_2x+c_2)^{m_2}}$$

(ไม่สามารถแยกตัวประกอบ $a_2x^2+b_2x+c_2=0$ ได้)

สามารถแยกได้เป็น

$$\frac{A_1}{(x-a)}+\frac{A_2}{(x-a)^2}+\cdots+\frac{A_{m_1}}{(x-a)^{m_1}}+$$

$$\frac{B_1x+C_1}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^1}+\frac{B_2x+C_2}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}+\cdots+\frac{B_{m_2}x+C_{m_2}}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^{m_2}}$$

การหาปริพันธ์ของฟังก์ชันตรีโกณ

$$\int \cos x dx =$$

$$\int \sec x dx =$$

$$\int \sin x dx =$$

$$\int \csc x dx =$$

$$\int \tan x dx =$$

$$\int \cot x dx =$$

สูตรพื้นฐานสำหรับการหาค่าปริพันธ์

Basic Integral Formulae

ส่วนที่ยากที่สุดในการหาปริพันธ์คือ “**การเลือกใช้วิธีคิดที่เหมาะสมสำหรับการหาปริพันธ์ในแต่ละครั้ง**”

$$\int \frac{1}{x^2+2x+1}\,dx =$$

$$\int \frac{1}{x^2+2x+2}\,dx =$$

$$\int \frac{1}{x^2-2x+1}\,dx =$$

$$\int \frac{1}{x^2-2x-1}\,dx =$$

$$\int \frac{1}{x^2-2x+2}\,dx =$$