



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี  
ข้อสอบกลางภาค ภาคการศึกษาที่ 2/2551

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

สอบวันพุธ ที่ 6 เดือน พฤศจิกายน พ.ศ 2551

เวลา 15.00-17.00 น.

ชื่อ – สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

คำชี้แจง :

1. ข้อสอบปรนัยมีจำนวน 16 หน้า (รวมปก) 30 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวมคะแนนทั้งสิ้น 30 คะแนน
2. ข้อสอบปรนัยแต่ละข้อจะมีตัวเลือก 5 ตัวเลือก จงเลือกตัวเลือกที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียวเพื่อระบายนลงในกระดาษคำตอบ การระบายน้ำคำตอบมากกว่า 1 คำตอบในข้อนั้นจะถือว่า ข้อนั้นตอบไม่ถูกต้อง
3. ดินสอที่จะใช้ระบายน้ำคำตอบเป็นดินสอที่มีระดับความเข้มเทียบเท่าหรือมากกว่า 2B
4. นักศึกษาสามารถทดลองในข้อสอบได้
5. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ ลงในข้อสอบหน้าแรก พร้อมทั้ง เขียนชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ พร้อมทั้งระบยารหัสนักศึกษาและวิชา ลงในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย
6. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารและเครื่องคำนวณใดๆ เข้าห้องสอบนอกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
7. ห้ามนักศึกษานำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต

อาจารย์ผู้สอน .....  
จ. Tanthanuch



1. จงหาค่าปริพันธ์  $\iint_R \frac{y}{3} dA$  เมื่อ  $R = \{(x, y) | -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 4\}$
- (1) 2  
(2) 4  
(3) 6  
(4) 8  
(5) 10
2. จงหาค่าปริพันธ์  $\int_0^{\ln 3} \int_0^{\ln 2} (e^x + e^y) dx dy$
- (1)  $\ln 3$   
(2)  $\ln 6$   
(3)  $\ln 9$   
(4)  $\ln 12$   
(5)  $\ln 24$



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 3 – 4

พิจารณาทรงตัน  $G$  ซึ่งอยู่ในอัษฎาก (octant) ที่หนึ่ง และถูกปิดล้อมด้วยระนาบ  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $y = 4$ ,  $z = 0$  และผิวโค้ง  $x^3 + z = 27$

3. ขอบเขตของตัวแปร  $x$  ที่จะใช้ในการหาปริมาตรของทรงตัน  $G$  คือข้อใด

- (1)  $-2 \leq x \leq 2$
- (2)  $0 \leq x \leq 2$
- (3)  $-3 \leq x \leq 3$
- (4)  $0 \leq x \leq 3$
- (5)  $-4 \leq x \leq 4$

4. ปริมาตรของทรงตันดังกล่าวเท่ากับเท่าใด

- (1) 243 ลูกบาศก์หน่วย
- (2) 486 ลูกบาศก์หน่วย
- (3) 729 ลูกบาศก์หน่วย
- (4) 972 ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 1024 ลูกบาศก์หน่วย



5. ค่าของ  $\int_0^1 \int_y^1 \frac{e^x}{x} dx dy$  คือข้อใด  
แนะนำให้ประยุกต์ใช้ทฤษฎีบทของ Fubini เพื่อหาค่าปริพันธ์ในข้อนี้

- (1) 0
- (2) 1
- (3)  $e - 1$
- (4)  $e$
- (5)  $e + 1$

6. ค่าของปริพันธ์  $\int_0^{27} \int_0^8 \sqrt[3]{\frac{x}{y}} dx dy$  คือข้อใด

- (1) 12
- (2) 36
- (3) 72
- (4) 144
- (5) 162



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถูกข้อ 7 – 8

พิจารณาปริพันธ์  $\int_1^{\sqrt{e}} \int_0^{\ln y} f(x, y) dx dy$  ซึ่งฟังก์ชัน  $f(x, y)$  ต่อเนื่อง

บนบริเวณที่ต้องการหาค่าปริพันธ์

โดยทฤษฎีบหของ Fubini เราทราบว่า

$$\int_1^{\sqrt{e}} \int_0^{\ln y} h(x, y) dx dy = \int_a^b \int_{f(x)}^{g(x)} h(x, y) dy dx$$

7.  $a + b$  มีค่าเท่ากับ

- (1)  $\frac{1}{2}$
- (2)  $\frac{3}{2}$
- (3)  $\ln \frac{1}{2}$
- (4)  $\ln \frac{1}{2} + 1$
- (5)  $\sqrt{e}$

8.  $g'(x)$  (อนุพันธ์ของฟังก์ชัน  $g(x)$  เทียบกับตัวแปร  $x$ ) มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 0
- (2) 1
- (3)  $\frac{1}{x}$
- (4)  $\ln x$
- (5)  $e^x$



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 9 – 12

พิจารณาปริพันธ์  $\iint_R x \, dA$  เมื่อ  $R$  เป็นบริเวณบนระนาบ  $xy$

ซึ่งถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง  $y = 8 - x^2$  และเส้นตรง  $y = 2x$

9. จุดใดเป็นจุดตัดของเส้นโค้ง  $y = 8 - x^2$  และเส้นตรง  $y = 2x$

- (1) (-4,8) และ (2,-4)
- (2) (-4,-8) และ (2,4)
- (3) (2,4) และ (4,8)
- (4) (-2,4) และ (4,-8)
- (5) (-2,-4) และ (4,8)

10. บริเวณ  $R$  มีพื้นที่เท่ากับเท่าใด

- (1) 16 ตารางหน่วย
- (2) 20 ตารางหน่วย
- (3) 24 ตารางหน่วย
- (4) 28 ตารางหน่วย
- (5) 36 ตารางหน่วย



11. ส่วนของบริเวณ  $R$  ที่อยู่ในจัตุภาคที่ 1 ( $1^{\text{st}}$  quadrant) มีพื้นที่เท่ากับเท่าใด

- (1)  $\frac{16}{3}$  ตารางหน่วย
- (2)  $\frac{20}{3}$  ตารางหน่วย
- (3)  $\frac{24}{3}$  ตารางหน่วย
- (4)  $\frac{28}{3}$  ตารางหน่วย
- (5)  $\frac{32}{3}$  ตารางหน่วย

12. ปริพันธ์  $\iint_R x \, dA$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) -36
- (2) -12
- (3) 12
- (4) 24
- (5) 36



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 13 – 16

พิจารณาทรงตัน  $G$  ซึ่งอยู่ใน อัษฎาก (octant) ที่ หนึ่ง และถูกปิดล้อมด้วยระนาบ  $x + y + z = 1$  และระนาบ  $xy$

13. จงหาสมการเส้นตรง ซึ่งเกิดจากการตัดกันของระนาบ  $x + y + z = 1$  และระนาบ  $xy$

- (1)  $x = y - 1$
- (2)  $x = y + 1$
- (3)  $y = x + 1$
- (4)  $y = x - 1$
- (5)  $y = 1 - x$

14. จุดใด ไม่อยู่ บนระนาบ  $x + y + z = 1$

- (1)  $(0,1,0)$
- (2)  $(0,0,1)$
- (3)  $(1,1,0)$
- (4)  $(1,0,0)$
- (5)  $(1,1,-1)$



15. ปริมาตรของทรงตัน  $G$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 1 ลูกบาศก์หน่วย  
(2)  $\frac{1}{2}$  ลูกบาศก์หน่วย  
(3)  $\frac{1}{4}$  ลูกบาศก์หน่วย  
(4)  $\frac{1}{6}$  ลูกบาศก์หน่วย  
(5)  $\frac{1}{8}$  ลูกบาศก์หน่วย

16. ค่าปริพันธ์  $\iint_G x \, dV$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\frac{1}{24}$   
(2)  $\frac{1}{12}$   
(3)  $\frac{1}{8}$   
(4)  $\frac{1}{6}$   
(5)  $\frac{1}{4}$



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 17 – 20

พิจารณาบริเวณ  $R$  ซึ่งอยู่ภายใต้รูปหัวใจ  $r = 2 - 2\sin\theta$  และอยู่ภาย นอกวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(0,0)$  และมีรัศมีเท่ากับ 2

17. ข้อใดเป็นจุดตัดของรูปทั้งสองในพิกัด 直角

- (1)  $(0,2)$  และ  $(0,-2)$
- (2)  $(2, 0)$  และ  $(-2,0)$
- (3)  $(2,0)$  และ  $(2, \pi)$
- (4)  $(2, \frac{\pi}{2})$  และ  $(2, 3\frac{\pi}{2})$
- (5)  $(2,0)$  และ  $(2, 2\pi)$

18. ข้อใดเป็นจุดตัดของรูปทั้งสองในพิกัด เชิงข้าม

- (1)  $(0,2)$  และ  $(0,-2)$
- (2)  $(2, 0)$  และ  $(-2,0)$
- (3)  $(2,0)$  และ  $(2, \pi)$
- (4)  $(2, \frac{\pi}{2})$  และ  $(2, 3\frac{\pi}{2})$
- (5)  $(2,0)$  และ  $(2, 2\pi)$



19. บริเวณ  $R$  อยู่ในจัตุภาค (quadrant) ใดบ้าง

- (1) จัตุภาคที่ 1 และ 2
- (2) จัตุภาคที่ 2 และ 3
- (3) จัตุภาคที่ 3 และ 4
- (4) จัตุภาคที่ 1 และ 4
- (5) อยู่ทั้ง 4 จัตุภาค

หมายเหตุ

- 1. ขอบเขตของตัวแปรในจัตุภาคที่ 1 คือ  $x \leq 0, y \geq 0$  และ  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
- 2. ขอบเขตของตัวแปรในจัตุภาคที่ 2 คือ  $x \leq 0, y \geq 0$  และ  $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi$
- 3. ขอบเขตของตัวแปรในจัตุภาคที่ 3 คือ  $x \leq 0, y \leq 0$  และ  $\pi \leq \theta \leq \frac{3}{2}\pi$
- 4. ขอบเขตของตัวแปรในจัตุภาคที่ 4 คือ  $x \geq 0, y \leq 0$  และ  $\frac{3}{2}\pi \leq \theta \leq 2\pi$

20. จงหาค่า  $\iint_R \frac{1}{r} dA$

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 4
- (4) 8
- (5) 16



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 21 - 22

พิจารณาบริเวณ  $R$  ซึ่งอยู่ในจตุภาคที่ 1 ( $1^{\text{st}}$  quadrant) ถูกปิดล้อมด้วยเส้นตรง  $y = \sqrt{3}x$ ,  $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$   
เส้นโค้ง  $x^2 + y^2 = 1$  และ เส้นโค้ง  $x^2 + y^2 = 16$

21. ข้อใดเป็นจุดตัดของเส้นตรง  $y = \sqrt{3}x$  และ โค้ง  $x^2 + y^2 = 1$  ในพิกัดเชิงข้าว

- (1)  $(1, \frac{\pi}{3})$  และ  $(1, 4\frac{\pi}{3})$
- (2)  $(1, \frac{\pi}{4})$  และ  $(1, 3\frac{\pi}{4})$
- (3)  $(1, \frac{\pi}{4})$  และ  $(1, 5\frac{\pi}{4})$
- (4)  $(1, \frac{\pi}{6})$  และ  $(1, 5\frac{\pi}{6})$
- (5)  $(1, \frac{\pi}{6})$  และ  $(1, 7\frac{\pi}{6})$

22. พื้นที่ของบริเวณ  $R$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\frac{\pi}{2}$  ตารางหน่วย
- (2)  $3\frac{\pi}{4}$  ตารางหน่วย
- (3)  $\pi$  ตารางหน่วย
- (4)  $5\frac{\pi}{2}$  ตารางหน่วย
- (5)  $5\frac{\pi}{4}$  ตารางหน่วย



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 23 - 26

พิจารณาทรงตันรูปทรงสี่เหลี่ยม  $G$  ซึ่งมีจุดยอดที่จุด  $(1,1,1)$ ,  $(1,0,0)$ ,  $(0,1,0)$  และ  $(1,1,0)$  จงหาค่าปริพันธ์ของฟังก์ชัน  $f(x, y, z) = x$  บนทรงตันดังกล่าว

$$\Omega = \int_{\alpha}^{\beta} \int_{h_1}^{h_2} \int_{g_1}^{g_2} f(x, y, z) dz dy dx$$

23. ข้อใดเป็นสมการระนาบซึ่งเป็นผิวน (พิจารณาในแนวแกน  $z$ ) ของรูปทรงสี่เหลี่ยม  $G$

- (1)  $z = x + y$
- (2)  $z = x + y - 1$
- (3)  $z = x - y - 1$
- (4)  $z = 1 + x + y$
- (5)  $z = 1 + x - y$

24. บริเวณ  $R$  ซึ่งเป็นภาพฉายของทรงตันดังกล่าวบนระนาบ  $xy$  คือข้อใด

- (1)  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$
- (2)  $0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq 1$
- (3)  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$
- (4)  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1-x$
- (5)  $0 \leq x \leq 1, 1-x \leq y \leq 1$



25. ทรงตัน  $G$  มีปริมาตรเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\frac{1}{8}$  ลูกบาศก์หน่วย
- (2)  $\frac{1}{6}$  ลูกบาศก์หน่วย
- (3)  $\frac{1}{4}$  ลูกบาศก์หน่วย
- (4)  $\frac{1}{2}$  ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 1 ลูกบาศก์หน่วย

26.  $\Omega$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\frac{1}{8}$
- (2)  $\frac{1}{6}$
- (3)  $\frac{1}{4}$
- (4)  $\frac{1}{2}$
- (5) 1



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 27 – 30

พิจารณาค่าปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอก

$$\Omega = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \int_0^2 \int_r^{\sqrt{8+r^2}} r^3 z \sin \theta \cos \theta dz dr d\theta$$

ค่าปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดฉากที่เทียบเท่ากันคือ

$$\Omega = \int_a^b \int_{h_1(x)}^{h_2(x)} \int_{g_1(x,y)}^{g_2(x,y)} f(x, y, z) dz dy dx$$

และ                   $\Omega = \int_c^d \int_{h_3(y)}^{h_4(y)} \int_{g_1(x,y)}^{g_2(x,y)} f(x, y, z) dz dx dy$

27. พังก์ชัน  $f(x, y, z)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $x^3 y^3 z$
- (2)  $z \sqrt{x^2 + y^2}$
- (3)  $xyz$
- (4)  $xy$
- (5)  $xyz \sqrt{x^2 + y^2}$

28.  $(b-a)^{d-c}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\frac{1}{16}$
- (2)  $\frac{1}{4}$
- (3) -4
- (4) 4
- (5) 16



29.  $h_3(y) + h_4(y)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $-2\sqrt{4-y^2}$
- (2)  $-\sqrt{4-y^2}$
- (3) 0
- (4)  $\sqrt{4-y^2}$
- (5)  $2\sqrt{4-y^2}$

30.  $\Omega$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) -8
- (2) -4
- (3) 0
- (4) 4
- (5) 8



## ส่วนที่ 2

ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 2/2551

วิชา 103105 Calculus 3 (แคลคูลัส 3)

สอบวันอาทิตย์ที่ 19 ตุลาคม พ.ศ. 2551 เวลา 09.00 – 11.00 น.

ข้อ	คะแนน	
	เต็ม	ได้
1	10	

คำชี้แจง :

1. ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 1 ข้อ รวม 10 คะแนน
2. ข้อสอบมีจำนวน 3 หน้า (รวมปก)
3. ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำโดยละเอียดลงในที่ว่างที่เว้นไว้ในแต่ละข้อให้ข้อสอบฉบับนี้เท่านั้น หากพื้นที่ตอบไม่พอ ให้ใช้ด้านหลังของแต่ละแผ่น หากไม่สามารถอ่านลายมือของนักศึกษาได้ จะไม่ทำการตรวจในข้อดังกล่าว
4. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ-สกุล เลขประจำตัว และเลขที่นั่งสอบ ทุกหน้า
5. ห้ามให้ใช้เครื่องคำนวณทุกชนิด



ชื่อ – สกุล ..... เลขประจำตัว ..... เลขที่นั่งสอบ .....  
 รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS 3 อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทานุช

จงหาปริมาตรของทรงตันซึ่งอยู่ภายใต้ผิวโค้ง  $z = x$  และเป็นทรงตันอยู่เหนือบริเวณ  $R$  ที่อยู่ในจัตุภาคที่หนึ่ง

(1<sup>st</sup> quadrant) โดยถูกล้อมรอบด้วยเส้นโค้ง  $y = \frac{12}{x}$ , เส้นตรง  $y = 3x$  และเส้นตรง  $x = 4$  (10 คะแนน)

ภาพบริเวณ  $R$  บนรูปแบบ  $xy$  (4 คะแนน)

#### หมายเหตุ

- การวัดรูปรับบริเวณ  $R$  ให้ระบุแกนของพิกัดที่ใช้ในการวัด
- ให้ระบุว่าเส้นตรงและเส้นโค้งที่วัด เป็นเส้นตรงและเส้นโค้งจากสมการได
- ให้ระบุจุดตัดที่เกิดขึ้นจากเส้นตรงและเส้นโค้งที่กำหนด ถ้าจุดตัดที่ระบุไม่สัมพันธ์กับรูปรับริพันธ์ที่ใช้ในการหาปริมาตร จะไม่มีการให้คะแนนในข้อนี้



ชื่อ – สกุล ..... เลขประจำตัว ..... เลขที่นั่งสอบ .....  
รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS 3 อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทานุช

วิธีทำ

อาจารย์ผู้สอน J.Tanthanuch