



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี  
ข้อสอบกลางภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2554

รหัสวิชา 103105

ส่วนที่ 1

ชื่อวิชา CALCULUS III

สอบวันอาทิตย์ ที่ 10 เดือน กรกฎาคม พ.ศ 2554

เวลา 12.00-14.00 น.

ชื่อ – สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

คำชี้แจง :

- ข้อสอบส่วนที่หนึ่งเป็นข้อสอบปรนัยมีจำนวน 12 หน้า (รวมปก) 22 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 22 คะแนน
- ข้อสอบส่วนที่สองเป็นข้อสอบอัตนัยมีจำนวน 2 หน้า (รวมปก) 1 ข้อ รวม 8 คะแนน รวมคะแนน ข้อสอบทั้งสองส่วน 30 คะแนน
- ข้อสอบปรนัยแต่ละข้อจะมีตัวเลือก 5 ตัวเลือก จงเลือกตัวเลือกที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียวเพื่อระบายนลงในกระดาษคำตอบ การระบายนี้ต้องมากกว่า 1 คำตอบในข้อนั้นจะถือว่า ข้อนั้นตอบไม่ถูกต้อง
- ดินสอที่จะใช้ระบายนี้ต้องเป็นดินสอที่มีระดับความเข้มเทียบเท่าหรือมากกว่า 2B
- นักศึกษาสามารถถอดลงในข้อสอบได้
- ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ ลงในข้อสอบหน้าแรก พร้อมทั้ง เขียนชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ พร้อมทั้งระบายนี้ไว้บนหัวกระดาษที่แน่นหนา
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารและเครื่องคอมพิวเตอร์เข้าห้องสอบนอกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
- ห้ามนักศึกษานำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต

อาจารย์ผู้สอน .....  
ดร. Tanthanuch



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันท奴ช

1. จงหาค่าปริพันธ์  $\iint_R (x-y)dydx$  เมื่อ  $R = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 2, 3 \leq y \leq 4\}$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

2. จงหาค่าปริพันธ์  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos^2 y} dxdy$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 3 – 4

พิจารณาทรงตัน  $G$  ซึ่งอยู่เหนือระนาบ  $xy$  และถูกปิดล้อมด้วยระนาบ  $x = 0, x = 4, z = 4$  และผิวโค้ง

$$y^2 + z = 13$$

3. ขอบเขตของตัวแปร  $y$  ที่จะใช้ในการหาปริมาตรของทรงตัน  $G$  คือข้อใด

- (1)  $-1 \leq y \leq 1$
- (2)  $-2 \leq y \leq 2$
- (3)  $-3 \leq y \leq 3$
- (4)  $-9 \leq y \leq 9$
- (5)  $-27 \leq y \leq 27$

4. ปริมาตรของทรงตันดังกล่าวเท่ากับเท่าใด

- (1) 36 ลูกบาศก์หน่วย
- (2) 54 ลูกบาศก์หน่วย
- (3) 72 ลูกบาศก์หน่วย
- (4) 108 ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 144 ลูกบาศก์หน่วย



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 5 – 6

พิจารณาปริพันธ์  $\iint_R 4x \, dA$  เมื่อ  $R$  เป็นบริเวณบนระนาบ  $xy$

ซึ่งถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง  $y = 4 - x - x^2$  และเส้นโค้ง  $y = 6 - 2x^2$

5. ถ้า  $(x_1, y_1)$  และ  $(x_2, y_2)$  เป็นจุดตัดของเส้นโค้ง  $y = 4 - x - x^2$  และเส้นโค้ง  $y = 6 - 2x^2$  โดยที่  $x_1 < x_2$  แล้วข้อใดถูกต้อง

- (1)  $x_1 = -1$  และ  $x_2 = 1$
- (2)  $x_1 = -1$  และ  $x_2 = 2$
- (3)  $x_1 = 1$  และ  $x_2 = 2$
- (4)  $x_1 = 1$  และ  $x_2 = 3$
- (5)  $x_1 = 1$  และ  $x_2 = 5$

6. ปริพันธ์  $\iint_R 4x \, dA$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 5
- (2) 7
- (3) 9
- (4) 11
- (5) 13

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 7 - 9

$$\text{พิจารณาปริพันธ์ } \int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{1}{y^2 + y^4} dy dx$$

โดยการประยุกต์ใช้ทฤษฎีบหของ Fubini พบว่า

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{1}{y^2 + y^4} dy dx = \int_a^b \int_{f_1(y)}^{f_2(y)} \frac{1}{y^2 + y^4} dx dy$$

7. ปริพันธ์  $\int_a^b \int_{f_1(y)}^{f_2(y)} 1 dx dy$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\frac{1}{4}$
- (2)  $\frac{1}{3}$
- (3)  $\frac{1}{2}$
- (4) 1
- (5)  $\frac{3}{2}$

8. ปริพันธ์  $\int_a^b \int_{f_1(y)}^{f_2(y)} y dx dy$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\frac{1}{4}$
- (2)  $\frac{1}{3}$
- (3)  $\frac{1}{2}$
- (4) 1
- (5)  $\frac{3}{2}$



9. ปริพันธ์  $\int_0^1 \int_{\sqrt{x}}^1 \frac{1}{y^2 + y^4} dy dx$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\ln(\sec 1 + \tan 1)$
- (2)  $\sec 1$
- (3)  $\frac{\pi}{4}$
- (4) 1
- (5)  $\ln 2$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 10 – 12

พิจารณาบริเวณ  $R$  ซึ่งอยู่ภายใต้กราฟ  $r = 2 - 2 \sin \theta$  และอยู่ภายใต้วงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด  $(0,0)$  และมีรัศมีเท่ากับ 2

10. พิกัด笛<sup>ไก</sup>ไม่อยู่ในบริเวณดังกล่าว

- (1)  $(2, 0)$
- (2)  $(1, 0)$
- (3)  $(0, 2)$
- (4)  $(0, 1)$
- (5)  $(-2, 0)$



11. ปริพันธ์  $\iint_R \frac{1}{r} dA$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 4
- (4) 8
- (5) 16

12. บริเวณ  $R$  มีพื้นที่เท่ากับเท่าใด

- (1)  $\pi - 1$  ตารางหน่วย
- (2)  $\pi - 2$  ตารางหน่วย
- (3)  $4 - \pi$  ตารางหน่วย
- (4)  $8 - \pi$  ตารางหน่วย
- (5)  $16 - \pi$  ตารางหน่วย

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 13 - 14

พิจารณาปริพันธ์  $\iiint_G f(x, y, z) dV$  เมื่อ  $G$  เป็นทรงตันรูปทรงสี่เหลี่ยม (tetrahedron) ซึ่งอยู่ในอัตภาคที่ 1

(1<sup>st</sup> Octant) โดยมีจุดมุ่งหมายที่จุด  $(0,0,0)$ ,  $(2,0,2)$ ,  $(0,2,2)$  และ  $(0,0,2)$

กำหนดให้  $\iiint_G f(x, y, z) dV = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} \int_{h_1(x,y)}^{h_2(x,y)} f(x, y, z) dz dy dx$

13.  $h_2(x, y) - h_1(x, y)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $x + y$
- (2)  $x + y - 2$
- (3)  $x - y - 2$
- (4)  $2 - x - y$
- (5)  $2 - x + y$

14.  $g_1(x) + g_2(x)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $x - 1$
- (2)  $x - 2$
- (3)  $x$
- (4)  $1 - x$
- (5)  $2 - x$

จะใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 15 - 17

พิจารณาค่าปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอก

$$\Omega = \int_{\pi}^{2\pi} \int_0^{2\sqrt{2}} \int_r^{\sqrt{16-r^2}} 4z^3 r^7 \cos^3 \theta \sin^3 \theta \, dz \, dr \, d\theta$$

ค่าปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดจากที่เทียบเท่ากันคือ

$$\Omega = \int_a^b \int_{h_1(x)}^{h_2(x)} \int_{g_1(x,y)}^{g_2(x,y)} f(x, y, z) \, dz \, dy \, dx$$

และ  $\Omega = \int_c^d \int_{h_3(y)}^{h_4(y)} \int_{g_1(x,y)}^{g_2(x,y)} f(x, y, z) \, dz \, dx \, dy$

15. พังค์ชัน  $f(x, y, z)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $4x^3 y^3 z^3$
- (2)  $4x^2 y^3 z^3$
- (3)  $4x^3 y^3 z^3 \sqrt{x^2 + y^2}$
- (4)  $4x^3 y^2 z^3$
- (5)  $4x^3 y^2 z^3 \sqrt{x^2 + y^2}$

16.  $(b-a) \times (d-c)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) -16
- (2) -8
- (3) 4
- (4) 8
- (5) 16



17.  $h_2(x)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\sqrt{16 - x^2}$
- (2)  $\sqrt{8 - x^2}$
- (3)  $\sqrt{4 - x^2}$
- (4)  $\sqrt{2 - x^2}$
- (5) 0

18.  $h_3(y)$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $-\sqrt{16 - y^2}$
- (2)  $-\sqrt{8 - y^2}$
- (3)  $-\sqrt{4 - y^2}$
- (4)  $-\sqrt{2 - y^2}$
- (5) 0

จะใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 19. – 22.

พิจารณาค่าปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดลาก

$$\Omega = \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{\sqrt{4-x^2-y^2}} f(x, y, z) dz dy dx$$

ค่าปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดทรงกลมที่เทียบเท่ากันคือ

$$\Omega = \iiint_G g(\rho, \phi, \theta) d\rho d\phi d\theta$$

19. ถ้าในการหาปริพันธ์สามชั้นในพิกัดลาก  $f(x, y, z) = \frac{1}{x}$  จะได้ว่าในการหาปริพันธ์ในพิกัดทรงกลม  $g(\rho, \phi, \theta)$  จะมีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\sec \phi$
- (2)  $\rho \sec \phi$
- (3)  $\rho \sec \phi \sin \phi$
- (4)  $\rho \sec \theta$
- (5)  $\rho \sec \theta \sin \phi$

20. ถ้าในการหาปริพันธ์สามชั้นในพิกัดลาก  $f(x, y, z) = \frac{1}{y^2}$  จะได้ว่าในการหาปริพันธ์ในพิกัดทรงกลม  $g(\rho, \phi, \theta)$  จะมีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\csc \phi$
- (2)  $\rho \csc \phi$
- (3)  $\csc \phi \csc^2 \theta$
- (4)  $\rho \csc \phi \csc^2 \theta$
- (5)  $\rho^2 \csc \phi \csc^2 \theta$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันท奴ช

21. ถ้าในการหาปริพันธ์สามชั้นในพิกัดจาก  $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2}$  จะได้ว่าในการหาปริพันธ์ในพิกัดทรงกลม  $g(\rho, \phi, \theta)$  จะมีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\csc \phi$
- (2)  $\rho \csc \phi$
- (3)  $\csc \phi \csc^2 \theta$
- (4)  $\rho \csc \phi \csc^2 \theta$
- (5)  $\rho^2 \csc \phi \csc^2 \theta$

22. ถ้าในการหาปริพันธ์สามชั้นในพิกัดจาก  $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$  จะได้ว่าในการหาปริพันธ์ในพิกัดทรงกลม  $\Omega$  จะมีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\pi$
- (2)  $2\pi$
- (3)  $4\pi$
- (4)  $8\pi$
- (5)  $16\pi$



## ส่วนที่ 2

ข้อสอบกลางภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2554

วิชา 103105 Calculus 3 (แคลคูลัส 3)

สอบวันอาทิตย์ที่ 10 เดือนกรกฎาคม พ.ศ. 2554 เวลา 12.00 – 14.00 น.

คะแนน	
เต็ม	ได้
8	

### คำชี้แจง :

- ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 1 ข้อ รวม 8 คะแนน
- ข้อสอบมีจำนวน 2 หน้า (รวมป ก)
- ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำโดยละเอียดลงในที่ว่างที่เว้นไว้ในแต่ละข้อในข้อสอบฉบับนี้เท่านั้น หากพื้นที่ตอบไม่พอ ให้ใช้ด้านหลังของแต่ละแผ่น หากไม่สามารถอ่านลายมือของนักศึกษาได้ จะไม่ทำการตรวจในข้อดังกล่าว
- ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ-สกุล เลขประจำตัว และเลขที่นั่งสอบ ทุกหน้า
- ห้ามใช้เครื่องคำนวณทุกชนิด

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต



ชื่อ – สกุล ..... เลขประจำตัว ..... เลขที่นั่งสอบ .....  
 รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS 3 อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนาช

จงหาค่าปริพันธ์ต่อไปนี้  $\iint_R \frac{1}{x} dA$  เมื่อ  $R$  คือบริเวณซึ่งอยู่ในจัตุภาคที่ 3 (3rd quadrant) โดย  
 อยู่ภายนอกเส้นโค้ง  $4x^2 + 4y^2 = 9$  อยู่ภายในเส้นโค้ง  $4x^2 + 4y^2 = 25$  และอยู่ระหว่างเส้นตรง  $y = \sqrt{3}x$   
 และเส้นตรง  $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$  (คะแนนรวม 8 คะแนน)

เฉลย ให้หาปริพันธ์ในพิกัดเชิงข้า

กราฟแสดงบริเวณ  $R$  (3 คะแนน)

หมายเหตุ ในการแสดงกราฟ ให้ระบุจุดตัดต่าง ๆ ที่สำคัญในพิกัดเชิงข้าทั้งหมด ที่จะสามารถนำไปใช้เป็น  
 ข้อมูลในการหาค่าปริพันธ์ได้

อาจารย์ผู้สอน ..... J.Tanthanuch