



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี  
ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2554

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

สอบวันจันทร์ ที่ 22 เดือน สิงหาคม พ.ศ 2554

เวลา 09.00-12.00 น.

ชื่อ – สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

คำชี้แจง :

1. ข้อสอบมีสองส่วน ได้แก่ ข้อสอบปรนัยจำนวน 11 หน้า (รวมปก) 20 ข้อ 20 คะแนน และ ข้อสอบอัตนัยจำนวน 5 หน้า (รวมปก) 2 ข้อ 15 คะแนน คะแนนรวมทั้งสิ้น 35 คะแนน
2. ข้อสอบปรนัยแต่ละข้อจะมีตัวเลือก 5 ตัวเลือก จงเลือกตัวเลือกที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียวเพื่อระบยลงในกระดาษคำตอบ การระบยคำตอบมากกว่า 1 คำตอบในข้อนั้น จะถือว่า ข้อนั้นตอบไม่ถูกต้อง โดยдинสอบที่จะใช้ระบยต้องเป็นдинสอบที่มีระดับความเข้มเทียบเท่าหรือมากกว่า 2B
3. ข้อสอบอัตนัยให้ทำลงในข้อสอบที่กำหนดโดยใช้ปากกาหรือดินสอได้
4. นักศึกษาสามารถทดลองในข้อสอบได้
5. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ ลงในข้อสอบหน้าแรก พร้อมทั้งเขียนชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ พร้อมทั้งระบยรหัสนักศึกษาและวิชา ลงในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย
6. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารและเครื่องคำนวนใดๆ เข้าห้องสอบออกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
7. ห้ามนักศึกษานำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนาuch

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1.-4.

$$\text{กำหนดให้ } x^2 y' - xy = x^3 \sin x$$

1. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่กำหนดให้เป็นสมการชนิดใด

- (1) สมการอย่างง่าย (simple)
- (2) สมการแยกตัวแปรได้ (separable)
- (3) สมการเอกพันธ์ (homogeneous)
- (4) สมการเชิงเส้น (linear)
- (5) สมการแม่นตรง (exact)

2. ข้อใดเป็นผลเฉลยทั่วไป (general solution) ของสมการดังกล่าว

- (1)  $y = cx + x \cos x$
- (2)  $y = cx - x \cos x$
- (3)  $y = c + x \cos x$
- (4)  $y = cx - x \sin x$
- (5)  $y = cx + x \sin x$

หมายเหตุ กำหนดให้  $c$  เป็นค่าคงตัวใดๆ



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนาช

3. เนื่องจากผลเฉลยที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาข้อ 2. เป็นผลเฉลยชัดแจ้ง (explicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์  $x^2 y' - xy = x^3 \sin x$  จงหาค่า  $c$  ที่ทำให้ผลเฉลยดังกล่าวเป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$x^2 y' - xy = x^3 \sin x, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

4. เนื่องจากผลเฉลยที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาข้อ 2. เป็นผลเฉลยชัดแจ้ง (explicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์  $x^2 y' - xy = x^3 \sin x$  จงหาค่า  $c$  ที่ทำให้ผลเฉลยดังกล่าวเป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$x^2 y' - xy = x^3 \sin x, \quad y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \pi$$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 5.-8.

$$\text{กำหนดให้ } x^2 y' - xy = y^2, \quad x > 0$$

5. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่กำหนดให้เป็นสมการชนิดใด

- (1) สมการอย่างง่าย (simple)
- (2) สมการแยกตัวแปรได้ (separable)
- (3) สมการเอกพันธ์ (homogeneous)
- (4) สมการเชิงเส้น (linear)
- (5) สมการแม่นตรง (exact)

6. ข้อใดเป็นผลเฉลยทั่วไป (general solution) ของสมการดังกล่าว

$$(1) y = -\frac{x}{\ln x + c}$$

$$(2) y = \frac{x}{\ln x + c}$$

$$(3) y = -\frac{\ln x}{\ln x + c}$$

$$(4) y = \frac{\ln x}{\ln x + c}$$

$$(5) y = \frac{\ln x}{x + c}$$

หมายเหตุ กำหนดให้  $c$  เป็นค่าคงตัวใดๆ



7. เมื่อจากผลเฉลยที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาข้อ 6. เป็นผลเฉลยชัดแจ้ง (explicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์  $x^2 y' - xy = y^2$  จงหาค่า  $c$  ที่ทำให้ผลเฉลยดังกล่าวเป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$x^2 y' - xy = y^2, \quad y(1) = 1$$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

8. เมื่อจากผลเฉลยที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาข้อ 2. เป็นผลเฉลยชัดแจ้ง (explicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์  $x^2 y' - xy = y^2$  จงหาค่า  $c$  ที่ทำให้ผลเฉลยดังกล่าวเป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$x^2 y' - xy = y^2, \quad y(1) = -\frac{1}{2}$$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 9.-10.

กำหนดให้  $y'' - 3y' = r(x)$  โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (undetermined coefficient)

จะต้องสมมติให้ผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  อยู่ในรูปใดถ้า

9.  $r(x) = xe^{-3x}$

(1)  $y_p = Ae^{-3x}$

(2)  $y_p = Axe^{-3x}$

(3)  $y_p = (A + Bx)e^{-3x}$

(4)  $y_p = (Ax + Bx^2)e^{-3x}$

(5)  $y_p = (Ax^2 + Bx^3)e^{-3x}$

เมื่อ  $A, B$  เป็นค่าคงตัว

10.  $r(x) = xe^{3x}$

(1)  $y_p = Ae^{3x}$

(2)  $y_p = Axe^{3x}$

(3)  $y_p = (A + Bx)e^{3x}$

(4)  $y_p = (Ax + Bx^2)e^{3x}$

(5)  $y_p = (Ax^2 + Bx^3)e^{3x}$

เมื่อ  $A, B$  เป็นค่าคงตัว



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 11.-12.

กำหนดให้  $y'' - 4y' + 3y = r(x)$  โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (undetermined coefficient) จะต้องสมมติให้ผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  อยู่ในรูปได้ดัง

11.  $r(x) = x^2 e^{-3x}$

(1)  $y_p = Ae^{-3x}$

(2)  $y_p = Axe^{-3x}$

(3)  $y_p = (A + Bx)e^{-3x}$

(4)  $y_p = (Ax + Bx^2)e^{-3x}$

(5)  $y_p = (A + Bx + Cx^2)e^{-3x}$

เมื่อ  $A, B, C$  เป็นค่าคงตัว

12.  $r(x) = x \cos 3x + \sin 3x$

(1)  $y_p = (A + Bx) \sin 3x$

(2)  $y_p = (A + Bx) \cos 3x$

(3)  $y_p = Ax \sin 3x + Bx \cos 3x$

(4)  $y_p = (A + Bx) \sin 3x + (C + Dx) \cos 3x$

(5)  $y_p = (Ax + Bx^2) \sin 3x + (Cx + Dx^2) \cos 3x$

เมื่อ  $A, B, C, D$  เป็นค่าคงตัว

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 13.-15.

พิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์

$$x^2 y'' + xy' - y = 4x \quad \text{โดยที่ } x > 0$$

เมื่อทราบว่าผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์  $x^2 y'' + xy' - y = 0$  มีค่าเท่ากับ  $c_1 x + \frac{c_2}{x}$  โดยที่ $c_1$  และ  $c_2$  เป็นค่าคงตัวใดๆโดยวิธีการแปรผันของตัวแปรเสริม เราจะสมมติให้  $y_p = u(x)x + \frac{v(x)}{x}$  เมื่อ  $u$  และ  $v$  เป็นฟังก์ชันของตัวแปรอิสระ  $x$ 13. ฟังก์ชันข้อใดต่อไปนี้ที่จะสามารถใช้เป็นค่า  $u(x)$  ที่ปรากฏในผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  ได้

- (1)  $\ln x$
- (2)  $2 \ln x$
- (3)  $x$
- (4)  $x^2$
- (5)  $-x^2$

14. ฟังก์ชันข้อใดต่อไปนี้ที่จะสามารถใช้เป็นค่า  $v(x)$  ที่ปรากฏในผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  ได้

- (1)  $\ln x$
- (2)  $2 \ln x$
- (3)  $x$
- (4)  $x^2$
- (5)  $-x^2$



15. พหุนามข้อใดต่อไปนี้ที่จะสามารถใช้เป็นผลเฉลยเฉพาะ  $y_p$  ได้

- (1)  $y_p = 2x \ln x$
- (2)  $y_p = x \ln x$
- (3)  $y_p = \ln x$
- (4)  $y_p = -x \ln x$
- (5)  $y_p = -2x \ln x$

16. จงหาค่า  $F(s)$  เมื่อ  $F(s)$  เป็นการแปลงลาปลาช (Laplace transform) ของ

$$f(x) = \cos x - e^{-x}$$

- (1)  $F(s) = \frac{s+1}{s^3 - s^2 + s - 1}$
- (2)  $F(s) = \frac{s+1}{s^3 + s^2 + s + 1}$
- (3)  $F(s) = \frac{s-1}{s^3 + s^2 + s + 1}$
- (4)  $F(s) = \frac{s-1}{s^3 - s^2 + s - 1}$
- (5)  $F(s) = \frac{1-s}{s^3 + s^2 + s + 1}$



ชื่อ - สกุล.....  
รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....  
อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนาช

17. จงหาค่า  $F(s)$  เมื่อ  $F(s)$  เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform) ของ  $f(x) = e^x x^3$

$$(1) F(s) = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$$

$$(2) F(s) = \frac{2}{s^3 - 3s^2 + 3s - 1}$$

$$(3) F(s) = \frac{6}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1}$$

$$(4) F(s) = \frac{6}{s^4 - 4s^3 + 6s^2 - 4s + 1}$$

$$(5) F(s) = \frac{24}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1}$$

18. จงหาค่า  $f(x)$  เมื่อ  $f(x)$  เป็นการแปลงลาปลาซผกผัน (inverse Laplace transform) ของ  $F(s) = \frac{2}{s^3 - 9s^2 + 27s - 27}$

$$(1) f(x) = x^2 e^x$$

$$(2) f(x) = x^2 e^{2x}$$

$$(3) f(x) = x^2 e^{3x}$$

$$(4) f(x) = x^2 e^{4x}$$

$$(5) f(x) = x^2 e^{5x}$$



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนาช

19. จงหาค่า  $f(x)$  เมื่อ  $f(x)$  เป็นการแปลงลาปลาชพกัน (inverse Laplace transform) ของ

$$F(s) = \frac{s}{s^2 + 4s - 5}$$

$$(1) f(x) = \frac{e^x + 5e^{-5x}}{6}$$

$$(2) f(x) = \frac{e^x - 5e^{-5x}}{6}$$

$$(3) f(x) = e^{-2x} (\cos x - 2 \sin x)$$

$$(4) f(x) = e^{-2x} (2 \cos x - \sin x)$$

$$(5) f(x) = e^{-2x} (2 \cos x + \sin x)$$

20. จงหาค่า  $f(x)$  เมื่อ  $f(x)$  เป็นการแปลงลาปลาชพกัน (inverse Laplace transform) ของ

$$F(s) = \frac{s}{s^2 + 4s + 5}$$

$$(1) f(x) = \frac{e^x + 5e^{-5x}}{6}$$

$$(2) f(x) = \frac{e^x - 5e^{-5x}}{6}$$

$$(3) f(x) = e^{-2x} (\cos x - 2 \sin x)$$

$$(4) f(x) = e^{-2x} (2 \cos x - \sin x)$$

$$(5) f(x) = e^{-2x} (2 \cos x + \sin x)$$



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....  
 รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนาช

## ส่วนที่ 2

### ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2554

**วิชา 103105 Calculus III (แคลคูลัส 3)**

สอบวันจันทร์ที่ 22 สิงหาคม พ.ศ. 2554 เวลา 09.00 – 12.00 น.

ข้อ	คะแนน	
	เต็ม	ได้
1	7	
2	8	
รวม	15	

#### คำชี้แจง :

1. ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 2 ข้อ รวม 15 คะแนน
2. ข้อสอบมีจำนวน 5 หน้า (รวมปก)
3. หน้าสุดท้าย (หน้าที่ 5) เป็นตารางการแปลงลาปลาซ
4. ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำโดยละเอียดลงในที่ว่างที่เว้นไว้ในแต่ละข้อในข้อสอบฉบับนี้เท่านั้น หากพื้นที่ตอบไม่พอ ให้ใช้ด้านหลังของแต่ละแผ่น หากไม่สามารถอ่านลายมือของนักศึกษาได้ จะไม่ทำการตรวจในข้อดังกล่าว
5. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ-สกุล เลขประจำตัว และเลขที่นั่งสอบ **ทุกหน้า**
6. **ห้ามใช้เครื่องคำนวณทุกชนิด**



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....  
 รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทพุช

---

1. จงแสดงว่าสมการต่อไปนี้เป็นสมการชนิดแม่นตรง (exact equation) พร้อมทั้งหาผลเฉลยของสมการ

$$(ye^{xy} + \sec^2 x \sec y)dx + (xe^{xy} + \tan x \sec y \tan y + 2y)dy = 0 \quad (7 \text{ คะแนน})$$

อาจารย์ผู้สอน ดร. Tanthanuch



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....  
 รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนาช

---

2. จงประยุกต์ใช้การแปลงลาปลาซมาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y'' - 2y' + y = 2e^{2x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 2 \quad (8 \text{ คะแนน})$$

หมายเหตุ สำหรับข้อสอบข้อนี้ ถ้านักศึกษาใช้วิธีอื่นที่ไม่ใช้การแปลงลาปลาซมาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น จะไม่พิจารณาให้คะแนน

อาจารย์ผู้สอน ดร. Tanthanuch