



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2552

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

สอบวันจันทร์ ที่ 24 เดือน สิงหาคม พ.ศ 2552

เวลา 09.00-12.00 น.

ชื่อ – สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

คำชี้แจง :

1. ข้อสอบมีสองส่วน ได้แก่ ข้อสอบปรนัยจำนวน 11 หน้า (รวมปก) 20 ข้อ 20 คะแนน และ ข้อสอบอัตนัยจำนวน 7 หน้า (รวมปก) 5 ข้อ 40 คะแนน คะแนนรวมทั้งสิ้น 60 คะแนน
2. ข้อสอบปรนัยแต่ละข้อจะมีตัวเลือก 5 ตัวเลือก จงเลือกตัวเลือกที่ถูกที่สุด เพียงข้อเดียวเพื่อระบายนลงในกระดาษคำตอบ การระบายน้ำตอบมากกว่า 1 คำตอบในข้อนั้นจะถือว่า ข้อนั้นตอบไม่ถูกต้อง โดยดินสอบที่จะใช้ระบายน้ำ ต้อง เป็นดินสอบที่มีระดับความเข้มเทียบเท่าหรือมากกว่า 2B
3. ข้อสอบอัตนัยให้ทำลงในข้อสอบที่กำหนดโดยใช้ปากกาหรือดินสอ ก็ได้
4. นักศึกษาสามารถทดลองในข้อสอบได้
5. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ ลงในข้อสอบ หน้าแรก พร้อมทั้งเขียนชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ พร้อม ทั้งระบายน้ำสนับสนุนศึกษาและวิชา ลงในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย
6. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารและเครื่องคำนวณใดๆ เข้าห้องสอบนอกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
7. ห้ามนักศึกษานำข้อสอบออกจากรหัสสอบโดยเด็ดขาด

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนาuch

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1.-4.

$$\text{กำหนดให้ } \frac{\sin y}{x} y' = 1$$

1. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่กำหนดให้เป็นสมการชนิดใด

- (1) สมการอย่างง่าย (simple)
- (2) สมการแยกตัวแปรได้ (separable)
- (3) สมการเอกพันธ์ (homogeneous)
- (4) สมการเชิงเส้น (linear)
- (5) สมการแม่นตรง (exact)

2. ข้อใดเป็นผลเฉลยทั่วไป (general equation) ของสมการดังกล่าว

$$(1) \frac{x^2}{2} - \sin y = c$$

$$(2) x^2 - \cos y = c$$

$$(3) \frac{x^2}{2} + \cos y = c$$

$$(4) x^2 - \sin y = c$$

$$(5) \frac{x^2}{2} - \cos y = c$$

หมายเหตุ กำหนดให้ c เป็นค่าคงตัวใดๆ



3. เนื่องจาก $f(x, y) = c$ จากโจทย์ปัญหาในข้อ 2. เป็นผลเฉลยไม่ชัดแจ้ง (implicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{\sin y}{x} y' = 1$ จงหาค่า c ที่ทำให้ $f(x, y) = c$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$\frac{\sin y}{x} y' = 1, \quad y(1) = \pi$$

- (1) -1
- (2) $-\frac{1}{2}$
- (3) 0
- (4) $\frac{1}{2}$
- (5) 1

4. เนื่องจาก $f(x, y) = c$ จากโจทย์ปัญหาในข้อ 2. เป็นผลเฉลยไม่ชัดแจ้ง (implicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{\sin y}{x} y' = 1$ จงหาค่า c ที่ทำให้ $f(x, y) = c$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$\frac{\sin y}{x} y' = 1, \quad y(2) = \pi$$

- (1) -1
- (2) $-\frac{1}{2}$
- (3) 0
- (4) $\frac{1}{2}$
- (5) 1



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทานุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 5.-8.

$$\text{กำหนดให้ } y' - (\cot x) y = \sin x$$

5. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่กำหนดให้เป็นสมการชนิดใด

- (1) สมการอย่างง่าย (simple)
- (2) สมการแยกตัวแปรได้ (separable)
- (3) สมการเอกพันธ์ (homogeneous)
- (4) สมการเชิงเส้น (linear)
- (5) สมการแม่นตรง (exact)

6. ข้อใดเป็นผลเฉลยทั่วไป (general equation) ของสมการดังกล่าว

$$(1) y = \sin x(x + c)$$

$$(2) y = \sin(x + c)x$$

$$(3) y = \frac{\sin x}{x + c}$$

$$(4) y = \frac{\sin(x + c)}{x}$$

$$(5) y = \frac{\sin x + c}{x}$$

หมายเหตุ กำหนดให้ c เป็นค่าคงตัวใดๆ



7. เมื่อจากผลเฉลยที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาข้อ 6. เป็นผลเฉลยชัดแจ้ง (explicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $y' - (\cot x)y = \sin x$ จงหาค่า c ที่ทำให้ผลเฉลยดังกล่าวเป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y' - (\cot x)y = \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

(1) -1

(2) 0

(3) 1

(4) $\frac{\pi}{2}$ (5) $-\frac{\pi}{2}$

8. เมื่อจากผลเฉลยที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาข้อ 6. เป็นผลเฉลยชัดแจ้ง (explicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $y' - (\cot x)y = \sin x$ จงหาค่า c ที่ทำให้ผลเฉลยดังกล่าวเป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y' - (\cot x)y = \sin x, y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

(1) -1

(2) 0

(3) 1

(4) $\frac{\pi}{2}$ (5) $-\frac{\pi}{2}$

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 9.-10.**

กำหนดให้ $y'' + 6y' + 9y = r(x)$ โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (undetermined coefficient) จะต้องสมมติให้ผลเฉลยเฉพาะ y_p อยู่ในรูปได้ถ้า

9. $r(x) = xe^{-3x}$

(1) $y_p = Ae^{-3x}$

(2) $y_p = Axe^{-3x}$

(3) $y_p = (A + Bx)e^{-3x}$

(4) $y_p = (Ax + Bx^2)e^{-3x}$

(5) $y_p = (Ax^2 + Bx^3)e^{-3x}$

เมื่อ A, B เป็นค่าคงตัว

10. $r(x) = xe^{3x}$

(1) $y_p = Ae^{3x}$

(2) $y_p = Axe^{3x}$

(3) $y_p = (A + Bx)e^{3x}$

(4) $y_p = (Ax + Bx^2)e^{3x}$

(5) $y_p = (Ax^2 + Bx^3)e^{3x}$

เมื่อ A, B เป็นค่าคงตัว



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 11.-12.

กำหนดให้ $y'' + 4y' - 3y = r(x)$ โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (undetermined coefficient) จะต้องสมมติให้ผลเฉลยเฉพาะ y_p อยู่ในรูปใดถ้า

11. $r(x) = 80xe^{3x}$

(1) $y_p = Ae^{3x}$

(2) $y_p = Axe^{3x}$

(3) $y_p = (A + Bx)e^{3x}$

(4) $y_p = (Ax + Bx^2)e^{3x}$

(5) $y_p = (A + Bx + Cx^2)e^{3x}$

เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว

12. $r(x) = x \sin 3x$

(1) $y_p = (A + Bx) \sin 3x$

(2) $y_p = (A + Bx) \cos 3x$

(3) $y_p = Ax \sin 3x + Bx \cos 3x$

(4) $y_p = (A + Bx) \sin 3x + (C + Dx) \cos 3x$

(5) $y_p = (Ax + Bx^2) \sin 3x + (Cx + Dx^2) \cos 3x$

เมื่อ A, B, C, D เป็นค่าคงตัว

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 13.-15.

พิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์

$$x^2 y'' + xy' - y = 15x^4$$

เมื่อทราบว่าผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ $x^2 y'' + xy' - y = 0$ มีค่าเท่ากับ $c_1 x + \frac{c_2}{x}$ โดยที่ c_1 และ c_2 เป็นค่าคงตัวใดๆ

โดยวิธีการแปรผันของตัวแปรเสริม เราจะสมมติให้ $y_p = u(x)x + \frac{v(x)}{x}$ เมื่อ u และ v เป็นฟังก์ชันของตัวแปรอิสระ x

13. พหุนามข้อใดต่อไปนี้ที่จะสามารถใช้เป็นค่า $u(x)$ ที่ปรากฏในผลเฉลยเฉพาะ y_p ได้

(1) $-\frac{3}{2}x^3$

(2) $-\frac{3}{2}x^5$

(3) $-\frac{5}{2}x^3$

(4) $\frac{5}{2}x^3$

(5) $\frac{5}{2}x^5$

14. พหุนามข้อใดต่อไปนี้ที่จะสามารถใช้เป็นค่า $v(x)$ ที่ปรากฏในผลเฉลยเฉพาะ y_p ได้

(1) $-\frac{3}{2}x^3$

(2) $-\frac{3}{2}x^5$

(3) $-\frac{5}{2}x^3$

(4) $\frac{5}{2}x^3$

(5) $\frac{5}{2}x^5$



15. พหุนามข้อใดต่อไปนี้ที่จะสามารถใช้เป็นผลเฉลยเฉพาะ y_p ได้

(1) $y_p = x^2$

(2) $y_p = x^3$

(3) $y_p = x^4$

(4) $y_p = x^5$

(5) $y_p = x^6$

16. จงหาค่า $F(s)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform) ของ

$$f(x) = \sin x + 2e^{2x}$$

(1) $F(s) = \frac{2s^2 + s}{s^2 - s - 2}$

(2) $F(s) = \frac{2s^2 + s}{s^3 - 2s^2 + s - 2}$

(3) $F(s) = \frac{2s^2 + s}{s^3 + 2s^2 - s + 2}$

(4) $F(s) = \frac{2s^2 + s}{s^3 + 2s^2 - 2s + 1}$

(5) $F(s) = \frac{2s^2 + s}{s^3 + 2s^2 - 2s + 4}$



17. จงหาค่า $F(s)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform) ของ

$$f(x) = e^{-x} x^3$$

$$(1) F(s) = \frac{2}{s^3 + 1}$$

$$(2) F(s) = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$$

$$(3) F(s) = \frac{6}{s^4 + 1}$$

$$(4) F(s) = \frac{6}{s^4 + 4s^3 + 4s^2 + 4s + 1}$$

$$(5) F(s) = \frac{6}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1}$$

18. จงหาค่า $f(x)$ เมื่อ $F(s)$ เป็นการแปลงลาปลาซผกผัน (inverse Laplace transform) ของ

$$F(s) = \frac{1}{s^3 - 3s^2 + 3s - 1}$$

$$(1) f(x) = \frac{x^2 e^x}{2}$$

$$(2) f(x) = x^2 e^x$$

$$(3) f(x) = (x-1)^2$$

$$(4) f(x) = x^2 e^{-x}$$

$$(5) f(x) = \frac{x^2 e^{-x}}{2}$$



19. จงหาค่า $f(x)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซผกผัน (inverse Laplace transform) ของ

$$F(s) = \frac{s}{s^2 - 4s + 5}$$

(1) $f(x) = \frac{e^{5x} - e^{-x}}{6}$

(2) $f(x) = \frac{5e^{5x} + e^{-x}}{6}$

(3) $f(x) = e^{2x} \sin(x)$

(4) $f(x) = e^{2x} (\cos x + 2 \sin x)$

(5) $f(x) = e^{2x} (2 \cos x + \sin x)$

20. จงหาค่า $f(x)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซผกผัน (inverse Laplace transform) ของ

$$F(s) = \frac{s}{s^2 - 4s - 5}$$

(1) $f(x) = \frac{e^{5x} - e^{-x}}{6}$

(2) $f(x) = \frac{5e^{5x} + e^{-x}}{6}$

(3) $f(x) = e^{2x} \sin(x)$

(4) $f(x) = e^{2x} (\cos x + 2 \sin x)$

(5) $f(x) = e^{2x} (2 \cos x + \sin x)$



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2552

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

สอบวันจันทร์ ที่ 24 เดือน สิงหาคม พ.ศ 2552

เวลา 09.00-12.00 น.

ชื่อ – สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

คำชี้แจง :

1. ข้อสอบมีสองส่วน ได้แก่ ข้อสอบปรนัยจำนวน 11 หน้า (รวมปก) 20 ข้อ 20 คะแนน และ ข้อสอบอัตนัยจำนวน 7 หน้า (รวมปก) 5 ข้อ 40 คะแนน คะแนนรวมทั้งสิ้น 60 คะแนน
2. ข้อสอบปรนัยแต่ละข้อจะมีตัวเลือก 5 ตัวเลือก จงเลือกตัวเลือกที่ถูกที่สุด เพียงข้อเดียวเพื่อระบายนลงในกระดาษคำตอบ การระบายนคำตอบมากกว่า 1 คำตอบในข้อนั้นจะถือว่า ข้อนั้นตอบไม่ถูกต้อง โดยดินสอบที่จะใช้ระบายนต้อง เป็นดินสอบที่มีระดับความเข้มเทียบเท่าหรือมากกว่า 2B
3. ข้อสอบอัตนัยให้ทำลงในข้อสอบที่กำหนดโดยใช้ปากกาหรือดินสอได้
4. นักศึกษาสามารถทดลองในข้อสอบได้
5. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ ลงในข้อสอบ หน้าแรก พร้อมทั้งเขียนชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ พร้อม ทั้งระบายนรหัสนักศึกษาและวิชา ลงในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย
6. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารและเครื่องคำนวณใดๆ เข้าห้องสอบนอกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
7. ห้ามนักศึกษานำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนาuch

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1.-4.

$$\text{กำหนดให้ } \frac{\sin y}{x} y' = 1$$

1. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่กำหนดให้เป็นสมการชั้นนิดได

- (1) สมการอย่างง่าย (simple)
- (2) สมการแยกตัวแปรได้ (separable)
- (3) สมการเอกพันธ์ (homogeneous)
- (4) สมการเชิงเส้น (linear)
- (5) สมการแม่นตรง (exact)

2. ข้อใดเป็นผลเฉลยทั่วไป (general equation) ของสมการดังกล่าว

$$(1) \frac{x^2}{2} - \sin y = c$$

$$(2) x^2 - \cos y = c$$

$$(3) \frac{x^2}{2} + \cos y = c$$

$$(4) x^2 - \sin y = c$$

$$(5) \frac{x^2}{2} - \cos y = c$$

หมายเหตุ กำหนดให้ c เป็นค่าคงตัวใดๆ



3. เนื่องจาก $f(x, y) = c$ จากโจทย์ปัญหาในข้อ 2. เป็นผลเฉลยไม่ชัดแจ้ง (implicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{\sin y}{x} y' = 1$ จงหาค่า c ที่ทำให้ $f(x, y) = c$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$\frac{\sin y}{x} y' = 1, \quad y(1) = \pi$$

- (1) -1
- (2) $-\frac{1}{2}$
- (3) 0
- (4) $\frac{1}{2}$
- (5) 1

4. เนื่องจาก $f(x, y) = c$ จากโจทย์ปัญหาในข้อ 2. เป็นผลเฉลยไม่ชัดแจ้ง (implicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $\frac{\sin y}{x} y' = 1$ จงหาค่า c ที่ทำให้ $f(x, y) = c$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$\frac{\sin y}{x} y' = 1, \quad y(2) = \pi$$

- (1) -1
- (2) $-\frac{1}{2}$
- (3) 0
- (4) $\frac{1}{2}$
- (5) 1



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทานุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 5.-8.

$$\text{กำหนดให้ } y' - (\cot x) y = \sin x$$

5. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่กำหนดให้เป็นสมการชนิดใด

- (1) สมการอย่างง่าย (simple)
- (2) สมการแยกตัวแปรได้ (separable)
- (3) สมการเอกพันธ์ (homogeneous)
- (4) สมการเชิงเส้น (linear)
- (5) สมการแม่นตรง (exact)

6. ข้อใดเป็นผลเฉลยทั่วไป (general equation) ของสมการดังกล่าว

$$(1) y = \sin x(x + c)$$

$$(2) y = \sin(x + c)x$$

$$(3) y = \frac{\sin x}{x + c}$$

$$(4) y = \frac{\sin(x + c)}{x}$$

$$(5) y = \frac{\sin x + c}{x}$$

หมายเหตุ กำหนดให้ c เป็นค่าคงตัวใดๆ



7. เมื่อจากผลเฉลยที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาข้อ 6. เป็นผลเฉลยชัดแจ้ง (explicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $y' - (\cot x)y = \sin x$ จงหาค่า c ที่ทำให้ผลเฉลยดังกล่าวเป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y' - (\cot x)y = \sin x, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

(1) -1

(2) 0

(3) 1

(4) $\frac{\pi}{2}$ (5) $-\frac{\pi}{2}$

8. เมื่อจากผลเฉลยที่ปรากฏในโจทย์ปัญหาข้อ 6. เป็นผลเฉลยชัดแจ้ง (explicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $y' - (\cot x)y = \sin x$ จงหาค่า c ที่ทำให้ผลเฉลยดังกล่าวเป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y' - (\cot x)y = \sin x, y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

(1) -1

(2) 0

(3) 1

(4) $\frac{\pi}{2}$ (5) $-\frac{\pi}{2}$

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 9.-10.**

กำหนดให้ $y'' + 6y' + 9y = r(x)$ โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (undetermined coefficient) จะต้องสมมติให้ผลเฉลยเฉพาะ y_p อยู่ในรูปได้ถ้า

9. $r(x) = xe^{-3x}$

(1) $y_p = Ae^{-3x}$

(2) $y_p = Axe^{-3x}$

(3) $y_p = (A + Bx)e^{-3x}$

(4) $y_p = (Ax + Bx^2)e^{-3x}$

(5) $y_p = (Ax^2 + Bx^3)e^{-3x}$

เมื่อ A, B เป็นค่าคงตัว

10. $r(x) = xe^{3x}$

(1) $y_p = Ae^{3x}$

(2) $y_p = Axe^{3x}$

(3) $y_p = (A + Bx)e^{3x}$

(4) $y_p = (Ax + Bx^2)e^{3x}$

(5) $y_p = (Ax^2 + Bx^3)e^{3x}$

เมื่อ A, B เป็นค่าคงตัว



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 11.-12.

กำหนดให้ $y'' + 4y' - 3y = r(x)$ โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (undetermined coefficient) จะต้องสมมติให้ผลเฉลยเฉพาะ y_p อยู่ในรูปใดถ้า

11. $r(x) = 80xe^{3x}$

(1) $y_p = Ae^{3x}$

(2) $y_p = Axe^{3x}$

(3) $y_p = (A + Bx)e^{3x}$

(4) $y_p = (Ax + Bx^2)e^{3x}$

(5) $y_p = (A + Bx + Cx^2)e^{3x}$

เมื่อ A, B, C เป็นค่าคงตัว

12. $r(x) = x \sin 3x$

(1) $y_p = (A + Bx) \sin 3x$

(2) $y_p = (A + Bx) \cos 3x$

(3) $y_p = Ax \sin 3x + Bx \cos 3x$

(4) $y_p = (A + Bx) \sin 3x + (C + Dx) \cos 3x$

(5) $y_p = (Ax + Bx^2) \sin 3x + (Cx + Dx^2) \cos 3x$

เมื่อ A, B, C, D เป็นค่าคงตัว

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 13.-15.

พิจารณาสมการเชิงอนุพันธ์

$$x^2 y'' + xy' - y = 15x^4$$

เมื่อทราบว่าผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ $x^2 y'' + xy' - y = 0$ มีค่าเท่ากับ $c_1 x + \frac{c_2}{x}$ โดยที่ c_1 และ c_2 เป็นค่าคงตัวใดๆ

โดยวิธีการแปรผันของตัวแปรเสริม เราจะสมมติให้ $y_p = u(x)x + \frac{v(x)}{x}$ เมื่อ u และ v เป็นฟังก์ชันของตัวแปรอิสระ x

13. พหุนามข้อใดต่อไปนี้ที่จะสามารถใช้เป็นค่า $u(x)$ ที่ปรากฏในผลเฉลยเฉพาะ y_p ได้

(1) $-\frac{3}{2}x^3$

(2) $-\frac{3}{2}x^5$

(3) $-\frac{5}{2}x^3$

(4) $\frac{5}{2}x^3$

(5) $\frac{5}{2}x^5$

14. พหุนามข้อใดต่อไปนี้ที่จะสามารถใช้เป็นค่า $v(x)$ ที่ปรากฏในผลเฉลยเฉพาะ y_p ได้

(1) $-\frac{3}{2}x^3$

(2) $-\frac{3}{2}x^5$

(3) $-\frac{5}{2}x^3$

(4) $\frac{5}{2}x^3$

(5) $\frac{5}{2}x^5$



15. พหุนามข้อใดต่อไปนี้ที่จะสามารถใช้เป็นผลเฉลยเฉพาะ y_p ได้

(1) $y_p = x^2$

(2) $y_p = x^3$

(3) $y_p = x^4$

(4) $y_p = x^5$

(5) $y_p = x^6$

16. จงหาค่า $F(s)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform) ของ

$$f(x) = \sin x + 2e^{2x}$$

(1) $F(s) = \frac{2s^2 + s}{s^2 - s - 2}$

(2) $F(s) = \frac{2s^2 + s}{s^3 - 2s^2 + s - 2}$

(3) $F(s) = \frac{2s^2 + s}{s^3 + 2s^2 - s + 2}$

(4) $F(s) = \frac{2s^2 + s}{s^3 + 2s^2 - 2s + 1}$

(5) $F(s) = \frac{2s^2 + s}{s^3 + 2s^2 - 2s + 4}$



17. จงหาค่า $F(s)$ เมื่อ $F(s)$ เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform) ของ

$$f(x) = e^{-x} x^3$$

$$(1) F(s) = \frac{2}{s^3 + 1}$$

$$(2) F(s) = \frac{2}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$$

$$(3) F(s) = \frac{6}{s^4 + 1}$$

$$(4) F(s) = \frac{6}{s^4 + 4s^3 + 4s^2 + 4s + 1}$$

$$(5) F(s) = \frac{6}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1}$$

18. จงหาค่า $f(x)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซผกผัน (inverse Laplace transform) ของ

$$F(s) = \frac{1}{s^3 - 3s^2 + 3s - 1}$$

$$(1) f(x) = \frac{x^2 e^x}{2}$$

$$(2) f(x) = x^2 e^x$$

$$(3) f(x) = (x-1)^2$$

$$(4) f(x) = x^2 e^{-x}$$

$$(5) f(x) = \frac{x^2 e^{-x}}{2}$$



19. จงหาค่า $f(x)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซผกผัน (inverse Laplace transform) ของ

$$F(s) = \frac{s}{s^2 - 4s + 5}$$

$$(1) f(x) = \frac{e^{5x} - e^{-x}}{6}$$

$$(2) f(x) = \frac{5e^{5x} + e^{-x}}{6}$$

$$(3) f(x) = e^{2x} \sin(x)$$

$$(4) f(x) = e^{2x} (\cos x + 2 \sin x)$$

$$(5) f(x) = e^{2x} (2 \cos x + \sin x)$$

20. จงหาค่า $f(x)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซผกผัน (inverse Laplace transform) ของ

$$F(s) = \frac{s}{s^2 - 4s - 5}$$

$$(1) f(x) = \frac{e^{5x} - e^{-x}}{6}$$

$$(2) f(x) = \frac{5e^{5x} + e^{-x}}{6}$$

$$(3) f(x) = e^{2x} \sin(x)$$

$$(4) f(x) = e^{2x} (\cos x + 2 \sin x)$$

$$(5) f(x) = e^{2x} (2 \cos x + \sin x)$$



ส่วนที่ 2

ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2552

วิชา 103105 Calculus III (แคลคูลัส 3)

สอบวันจันทร์ที่ 24 สิงหาคม พ.ศ. 2552 เวลา 09.00 – 12.00 น.

ข้อ	คะแนน	
	เต็ม	ได้
1	6	
2	9	
3	8	
4	9	
5	8	
รวม	40	

คำชี้แจง :

1. ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ รวม 40 คะแนน
2. ข้อสอบมีจำนวน 7 หน้า (รวมปก)
3. หน้าสุดท้าย (หน้าที่ 7) เป็นตารางการแปลงลาปลาซ
4. ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำโดยละเอียดลงในที่ว่างที่เว้นไว้ในแต่ละข้อในข้อสอบฉบับนี้เท่านั้น หากพื้นที่ตอบไม่พอ ให้ใช้ด้านหลังของแต่ละแผ่น หากไม่สามารถอ่านลายมือของนักศึกษาได้ จะไม่ทำการตรวจในข้อดังกล่าว
5. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ-สกุล เลขประจำตัว และเลขที่นั่งสอบ ทุกหน้า
6. ห้ามใช้เครื่องคำนวนทุกชนิด



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันท奴ช

1. จงหาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y' = \sec\left(\frac{y}{x}\right) + \frac{y}{x}, \quad y(e) = 0 \quad (6 \text{ คะแนน})$$

อาจารย์ผู้สอน *J.Tanthanuch*
 อ.เจษฎา ตันท奴ช



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทพุช

2. จงแสดงว่าสมการต่อไปนี้เป็นสมการชนิดแม่นตรง (exact equation) พร้อมทั้งหาผลเฉลยของสมการ

$$(e^y + \cos x \cos y)dx + \left(xe^y - \sin x \sin y + \frac{1}{y} \right)dy = 0 \quad (9 \text{ คะแนน})$$

อาจารย์ผู้สอน *J.Tanthanuch*
 อาจารย์ผู้สอน



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทันuch

3. จงหาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y'' + 2y' - 3y = 12e^x, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1 \quad (8 \text{ คะแนน})$$

อาจารย์ผู้สอน *J.Tanthanuch*
 อาจารย์ผู้สอน *J.Tanthanuch*



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทันuch

4. จงหาผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์

$$4y'' + 4y = \sec x$$

(9 คะแนน)

อาจารย์ผู้สอน *J.Tanthanuch*
 อานันดา



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนาช

5. จงประยุกต์ใช้การแปลงลาปลาซมาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y'' + y' = 3, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 2 \quad (8 \text{ คะแนน})$$

หมายเหตุ สำหรับข้อสอบข้อนี้ ถ้านักศึกษาใช้วิธีอื่นที่ไม่ใช้การแปลงลาปลาซมาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น จะไม่พิจารณาให้คะแนน

อาจารย์ผู้สอน ดร. Tanthanuch



$f(x)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f\}$
1	$\frac{1}{s}, \quad s > 0$
x	$\frac{1}{s^2}, \quad s > 0$
$x^n \ (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$
e^{cx}	$\frac{1}{s - c}, \quad s > 0$
$\sin ax$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\cos ax$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\sinh ax$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\cosh ax$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\mathcal{L}\{e^{ax} f(x)\}$	$F(s - a), \quad s > \alpha + a$
$\mathcal{L}\{c_1 f_1 + c_2 f_2\}$	$c_1 \mathcal{L}\{f_1\} + c_2 \mathcal{L}\{f_2\}$
$\mathcal{L}\{f'\}$	$s \mathcal{L}\{f\} - f(0), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\{f^{(n)}\}$	$s^n \mathcal{L}\{f\} - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - s f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\left\{\int_0^x f(u)du\right\}$	$\frac{F(s)}{s}, \quad s > \beta$
$\mathcal{L}\{xf(x)\}$	$-F'(s), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\{x^n f(x)\} \ (n = 1, 2, 3, \dots)$	$(-1)^n F^{(n)}(s), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\left\{\frac{f(x)}{x}\right\}$	$\int_s^\infty F(u)du, \quad s > \alpha$

ตารางที่ 1: ตารางการแปลงค่า Laplace

อาจารย์ผู้สอน *S.Tanthanuch*
อาจารย์ผู้สอน *S.Tanthanuch*