

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1- 4

พิจารณาปริพันธ์ $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 e^{y^3} dy dx$

โดยทฤษฎีบทของ Fubini เราทราบว่า

$$\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 e^{y^3} dy dx = \iint_R e^{y^3} dA = \int_a^b \int_{f(y)}^{g(y)} e^{y^3} dx dy$$

1. จุดใดต่อไปนี้ไม่อยู่บนบริเวณ R ซึ่งเป็นบริเวณที่พิจารณาสำหรับการหาค่าปริพันธ์

- (1) (0,0)
- (2) (0,1)
- (3) (1,1)
- (4) (2,4)
- (5) (4,2)

2. $f'(y)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 0
- (2) $2x$
- (3) $2y$
- (4) x^2
- (5) y^2

3. $g'(y)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 0
- (2) $2x$
- (3) $2y$
- (4) x^2
- (5) y^2

4. ค่าของ $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 e^{y^3} dy dx$ คือข้อใด

- (1) $\frac{e^8 - 1}{3}$
- (2) $\frac{e^8}{3}$
- (3) $\frac{8}{3}$
- (4) 2
- (5) 1

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 5 - 8

พิจารณาค่าปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดฉาก

$$\Omega = \int_{-5}^0 \int_0^{\sqrt{25-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{50-x^2-y^2}} \frac{x^2 + y^2 + z^2}{z} dz dy dx$$

ค่าปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดทรงกระบอกที่เทียบเท่ากันคือ

$$\Omega = \iiint_R \int_{g_1(r,\theta)}^{g_2(r,\theta)} f(r,\theta,z) dz dr d\theta$$

5. ฟังก์ชัน $f(r,\theta,z)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) $r^2 + z^2$
- (2) $\frac{r^2 + z^2}{r}$
- (3) $\frac{r^2 + z^2}{z}$
- (4) $\frac{(r^2 + z^2)r}{z}$
- (5) $\frac{r^2 + z^2}{rz}$

6. ข้อมูลใดต่อไปนี้เป็นกรการบรรยายลักษณะของบริเวณ R ในพิกัดเชิงขั้วได้ถูกต้อง

- (1) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq r \leq 5$
- (2) $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi, 0 \leq r \leq 5$
- (3) $\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}, 0 \leq r \leq 5$
- (4) $\pi \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2}, 0 \leq r \leq 5$
- (5) $0 \leq \theta \leq 2\pi, 0 \leq r \leq 5$

จากค่าปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดฉาก

$$\Omega = \int_{-5}^0 \int_0^{\sqrt{25-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{50-x^2-y^2}} \frac{x^2 + y^2 + z^2}{z} dz dy dx$$

ค่าปริพันธ์สามชั้นในระบบพิกัดทรงกลมที่เทียบเท่ากันคือ

$$\Omega = \iiint_G f(\rho, \phi, \theta) d\rho d\phi d\theta$$

7. ข้อมูลใดต่อไปนี้เป็นกรบอกค่ามุม ϕ และค่า ρ ซึ่งเป็นส่วนหนึ่งของขอบเขตของการหาค่าปริพันธ์สามชั้น Ω ในพิกัดทรงกลม

- (1) $0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq \rho \leq 5$
- (2) $0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{4}, 0 \leq \rho \leq 5\sqrt{2}$
- (3) $0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \rho \leq 5$
- (4) $0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq \rho \leq 5\sqrt{2}$
- (5) $\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \pi, 0 \leq \rho \leq 5$

8. ฟังก์ชัน $f(\rho, \phi, \theta)$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) $\rho^4 \sin \phi$
- (2) $\rho^4 \tan \phi$
- (3) $\rho^3 \tan \phi$
- (4) $\rho^3 \sin \phi$
- (5) $\frac{\rho^3}{\cos \phi}$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 9-10

เมื่อประยุกต์ใช้การหาค่าปริพันธ์สองชั้นในพิกัดเชิงขั้วหาพื้นที่ซึ่งอยู่ในจุดภาคที่ **1**(1st quadrant) โดยอยู่ภายนอกวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางที่จุด $(0,0)$ มีรัศมีเท่ากับ 1 และอยู่ภายในเส้นโค้ง $r=1+\cos\theta$ พบว่า

$$\text{พื้นที่} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1}^{r_2} f(r,\theta) r dr d\theta$$

9. จงระบุจุดซึ่งเกิดจากการตัดกันของวงกลมกับเส้นโค้งดังกล่าว และอยู่เหนือแกน x ในรูปแบบของคู่อันดับในพิกัดคาร์ทีเซียน (x, y)

(1) $(1, 0)$

(2) $(1, \frac{\pi}{4})$

(3) $(1, \frac{\pi}{3})$

(4) $(1, \frac{\pi}{2})$

(5) $(0, 1)$

10. จงระบุจุดซึ่งเกิดจากการตัดกันของวงกลมกับเส้นโค้งดังกล่าว และอยู่เหนือแกน x ในรูปแบบของคู่อันดับในพิกัดเชิงขั้ว (r, θ)

(1) $(1, 0)$

(2) $(1, \frac{\pi}{4})$

(3) $(1, \frac{\pi}{3})$

(4) $(1, \frac{\pi}{2})$

(5) $(0, 1)$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 11.-14.

กำหนดให้
$$y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$$

11. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่กำหนดให้เป็นสมการชนิดใด

- (1) สมการอย่างง่าย (simple)
- (2) สมการแยกตัวแปรได้ (separable)
- (3) สมการเอกพันธ์ (homogeneous)
- (4) สมการเชิงเส้น (linear)
- (5) สมการแม่นตรง (exact)

12. ข้อใดเป็นผลเฉลยทั่วไป (general equation) ของสมการดังกล่าว

(1) $e^{\frac{y}{x}} - \ln|x| = c$

(2) $e^{-\frac{y}{x}} - \ln|x| = c$

(3) $e^{\frac{y}{x}} + \ln|x| = c$

(4) $e^{-\frac{y}{x}} + \ln|x| = c$

(5) $-e^{\frac{y}{x}} - \ln|x| = c$

หมายเหตุ กำหนดให้ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

13. ถ้า $f(x, y) = c$ จากโจทย์ปัญหาในข้อ 12. เป็นผลเฉลยไม่ชัดแจ้ง (implicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ จงหาค่า c ที่ทำให้ $f(x, y) = c$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, \quad y(1) = 1$$

- (1) $-e$
- (2) 0
- (3) e^{-1}
- (4) 1
- (5) e

14. ถ้า $f(x, y) = c$ จากโจทย์ปัญหาในข้อ 12. เป็นผลเฉลยไม่ชัดแจ้ง (implicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ จงหาค่า c ที่ทำให้ $f(x, y) = c$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, \quad y(1) = -1$$

- (1) $-e$
- (2) 0
- (3) e^{-1}
- (4) 1
- (5) e

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 15.-18.

กำหนดให้ $y^2 dx - 2x dy = 0$

15. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่กำหนดให้เป็นสมการชนิดใด

- (1) สมการอย่างง่าย (simple)
- (2) สมการแยกตัวแปรได้ (separable)
- (3) สมการเอกพันธ์ (homogeneous)
- (4) สมการเชิงเส้น (linear)
- (5) สมการแม่นตรง (exact)

16. ข้อใดเป็นผลเฉลยชัดเจน (explicit equation) ของสมการดังกล่าว

- (1) $y = \frac{-2}{\ln|x| + c}$
- (2) $y = \frac{-2}{\ln|x|} + c$
- (3) $y = \frac{2}{\ln|x| + c}$
- (4) $y = \frac{2}{\ln|x|} + c$
- (5) $y = \frac{1}{2\ln|x|} + c$

หมายเหตุ กำหนดให้ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

17. ถ้า $y = y(x)$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y^2 dx - 2x dy = 0, \quad y(1) = 1$$

จงหาค่า $y(e)$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

18. ถ้า $y = y(x)$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y^2 dx - 2x dy = 0, \quad y(e) = -1$$

จงหาค่า $y(1)$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 19.-22.

กำหนดให้ $(y^2 + x)dx + 2xydy = 0$

19. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่กำหนดให้เป็นสมการชนิดใด

- (1) สมการอย่างง่าย (simple)
- (2) สมการแยกตัวแปรได้ (separable)
- (3) สมการเอกพันธ์ (homogeneous)
- (4) สมการเชิงเส้น (linear)
- (5) สมการแม่นตรง (exact)

20. ข้อใดเป็นผลเฉลยทั่วไป (general equation) ของสมการดังกล่าว

- (1) $\frac{y^3}{3} + \frac{x^2}{2} = c$
- (2) $\frac{y^3}{3} + \frac{x^2}{2} + y = c$
- (3) $xy^2 + \frac{x^2}{2} = c$
- (4) $xy^2 + x + y = c$
- (5) $xy^2 + \frac{x^2}{2} + y = c$

หมายเหตุ กำหนดให้ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

21. ถ้า $f(x, y) = c$ จากโจทย์ปัญหาในข้อ 20. เป็นผลเฉลยไม่ชัดแจ้ง (implicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $(y^2 + x)dx + 2xydy = 0$ จงหาค่า c ที่ทำให้ $f(x, y) = c$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$(y^2 + x)dx + 2xydy = 0, \quad y(1) = 1$$

- (1) 0
- (2) $\frac{1}{2}$
- (3) 1
- (4) $\frac{3}{2}$
- (5) 2

22. ถ้า $f(x, y) = c$ จากโจทย์ปัญหาในข้อ 20. เป็นผลเฉลยไม่ชัดแจ้ง (implicit solution) ของสมการเชิงอนุพันธ์ $(y^2 + x)dx + 2xydy = 0$ จงหาค่า c ที่ทำให้ $f(x, y) = c$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$(y^2 + x)dx + 2xydy = 0, \quad y(2) = 1$$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 23.-26.

กำหนดให้ $(y + x^2)dx - xdy = 0$

23. สมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งที่กำหนดให้เป็นสมการชนิดใด

- (1) สมการอย่างง่าย (simple)
- (2) สมการแยกตัวแปรได้ (separable)
- (3) สมการเอกพันธ์ (homogeneous)
- (4) สมการเชิงเส้น (linear)
- (5) สมการแม่นตรง (exact)

24. ข้อใดเป็นผลเฉลยชัดเจน (explicit solution) ของสมการดังกล่าว

- (1) $y = x^2 + c$
- (2) $y = \frac{x^2}{3} + c$
- (3) $y = \frac{x^4}{3} + c$
- (4) $y = x^2 + cx$
- (5) $y = x^3 + cx$

หมายเหตุ กำหนดให้ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

25. ถ้า $y = y(x)$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$(y + x^2)dx - xdy = 0, \quad y(2) = 0$$

จงหาค่า $y(0)$

- (1) -4
- (2) $-\frac{4}{3}$
- (3) $-\frac{16}{3}$
- (4) -2
- (5) 0

26. ถ้า $y = y(x)$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$(y + x^2)dx - xdy = 0, \quad y(1) = 0$$

จงหาค่า $y(0)$

- (1) -1
- (2) $-\frac{1}{3}$
- (3) 0
- (4) $\frac{1}{3}$
- (5) 1

27. สมการเชิงอนุพันธ์ใดต่อไปนี้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์แบบแม่นตรง (exact)

(1) $(x^2 + 2xy)dx - x^2dy = 0$

(2) $(\frac{3}{2}x^2 + 2x)dy + (3xy + 2y)dx = 0$

(3) $(x^2 - 2y)dx + 2x dy = 0$

(4) $xdy + (x - y)dx = 0$

(5) $xdv = (v + 2ve^x)dx$

28. ถ้า $x^2 + xy - 4y = c$ เป็นผลเฉลยโดยปริยาย (implicit solution) ของสมการ $(2x + y)dx + (x - 4)dy = 0$ จงหาผลเฉลยชัดเจนของสมการเชิงอนุพันธ์นี้

(1) $y = \frac{x^2 + xy - c}{4}$

(2) $y = \frac{4y - x^2 + c}{x}$

(3) $y = \frac{x^2 + c}{x - 4}$

(4) $y = \frac{x^2 + c}{4 - x}$

(5) $y = \frac{x^2}{4} + \frac{c}{x}$

หมายเหตุ กำหนดให้ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

29. สมการเชิงอนุพันธ์ใดต่อไปนี้เป็นสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่ 2

(1) $(y')^3 = (y'')^4$

(2) $(y^3)' = (y^4)''$

(3) $\frac{d}{dx}(y^2) = y\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$

(4) $\frac{d}{dx}(y' + y'') = 0$

(5) $(y' + y'')^2 = 0$

30. $y = e^x$ ไม่เป็นผลเฉลยทั่วไปของสมการเชิงอนุพันธ์ใด

(1) $y^2 = (y')^2$

(2) $2y'' + y' = 3e^x$

(3) $y' + y = 0$

(4) $y'' - y' = 0$

(5) $ydx - dy = 0$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 31.-34.

กำหนดให้ $y'' - y = 0$

31. ข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ที่กำหนด

(1) e^{x+2}

(2) $\cosh x$

(3) $\cos x$

(4) $e^{-x} - \frac{e^x}{3}$

(5) $e^x + e^{-x}$

32. ถ้า $A\lambda^2 + B\lambda + C = 0$ เป็นสมการแคแรกเทอริสติก (characteristic equation) หรือ เป็นสมการช่วย (auxiliary equation) ในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ดังกล่าวแล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลเฉลยของสมการ

$$A^2\lambda^2 - (\sqrt{B+4})\lambda - C = 0$$

(1) $-i$

(2) -1

(3) 0

(4) 1

(5) i

หมายเหตุ กำหนดให้ $i = \sqrt{-1}$

33. ถ้า $y = y(x)$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y'' - y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 3$$

จงหาค่า $y(\ln 2)$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

34. ถ้า $y = y(x)$ เป็นผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y'' - y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = 3$$

จงหาค่า $y'(\ln 2)$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 35.-38.

$$\text{กำหนดให้ } y'' + 4y' + 4y = r(x)$$

โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (undetermined coefficient) จะต้องสมมติให้ผลเฉลย

เฉพาะ y_p อยู่ในรูปใดถ้า

35. $r(x) = 2007e^{2x}$

(1) $y_p = Ae^{2x}$

(2) $y_p = Axe^{2x}$

(3) $y_p = (A_0 + A_1x)e^{2x}$

(4) $y_p = Ax^2e^{2x}$

(5) $y_p = Ax^3e^{2x}$

36. $r(x) = 2550e^{-2x}$

(1) $y_p = Ae^{-2x}$

(2) $y_p = Axe^{-2x}$

(3) $y_p = (A_0 + A_1x)e^{-2x}$

(4) $y_p = Ax^2e^{-2x}$

(5) $y_p = Ax^3e^{-2x}$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 35.-38.

$$\text{กำหนดให้ } y'' + 4y' + 4y = r(x)$$

โดยระเบียบวิธีเทียบสัมประสิทธิ์ (undetermined coefficient) จะต้องสมมติให้ผลเฉลย

เฉพาะ y_p อยู่ในรูปใดถ้า

37. $r(x) = 555xe^{2x}$

(1) $y_p = (A_0 + A_1x)e^{2x}$

(2) $y_p = Axe^{2x}$

(3) $y_p = (A_0x + A_1x^2)e^{2x}$

(4) $y_p = Ax^2e^{2x}$

(5) $y_p = (A_0x^2 + A_1x^3)e^{2x}$

38. $r(x) = 7,000,000xe^{-2x}$

(1) $y_p = (A_0 + A_1x)e^{-2x}$

(2) $y_p = Axe^{-2x}$

(3) $y_p = (A_0x + A_1x^2)e^{-2x}$

(4) $y_p = Ax^2e^{-2x}$

(5) $y_p = (A_0x^2 + A_1x^3)e^{-2x}$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 39.-44.

กำหนดให้ $y'' + 4y = 3\sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

39. สมการแคแรกเทอริสติก (characteristic equation) หรือสมการช่วย (auxiliary equation) ของสมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสมการไม่เอกพันธ์ที่กำหนดคือ

- (1) $\lambda^2 + 4\lambda = 0$
- (2) $\lambda^2 = 4$
- (3) $\lambda^2 = 4\lambda$
- (4) $\lambda^2 = -4$
- (5) $\lambda^2 = -4\lambda$

40. ผลเฉลยของสมการแคแรกเทอริสติก (characteristic equation) หรือสมการช่วย (auxiliary equation) ของสมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสมการไม่เอกพันธ์ที่กำหนดคือ

- (1) 2
- (2) 0 และ 2
- (3) -2 และ 2
- (4) $-i$ และ i
- (5) $-2i$ และ $2i$

หมายเหตุ กำหนดให้ $i = \sqrt{-1}$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 39.-44.

กำหนดให้ $y'' + 4y = 3 \sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

41. ผลเฉลยทั่วไปของสมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสมการไม่เอกพันธ์ที่กำหนดคือ

- (1) $y_h = C_1 \cos x + C_2 \sin x$
- (2) $y_h = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$
- (3) $y_h = C_1 + C_2 e^{2x}$
- (4) $y_h = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{2x}$
- (5) $y_h = x(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$

หมายเหตุ กำหนดให้ C_1, C_2 เป็นค่าคงตัวใดๆ

42. รูปแบบของผลเฉลยเฉพาะของสมการที่กำหนดมาให้คือข้อใด

- (1) $y_p = A \cos x$
- (2) $y_p = A \cos 2x$
- (3) $y_p = A x \cos x$
- (4) $y_p = A \cos x + B \sin x$
- (5) $y_p = x(A \cos x + B \sin x)$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 39.-44.

กำหนดให้ $y'' + 4y = 3\sin x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$

43. ถ้า $y(x)$ เป็นผลเฉลยของสมการไม่เอกพันธ์ดังกล่าว จงหาค่า $y(0)$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

44. ถ้า $y(x)$ เป็นผลเฉลยของสมการไม่เอกพันธ์ดังกล่าว จงหาค่า $y'(0)$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 45.-47.

กำหนดให้ $x^2 y'' + xy' - y = 3x^2$

เราทราบว่าเฉลยทั่วไปของสมการเอกพันธ์ที่เกี่ยวข้องของกับสมการไม่เอกพันธ์ที่กำหนดคือ

$$y_h = c_1 x + \frac{c_2}{x}$$

ดังนั้นโดยวิธีการแปรผันของตัวแปรเสริม (variation of parameters) เราจะสมมติให้ผลเฉลยเฉพาะ

y_p มีค่า

$$y_p = u(x)x + \frac{v(x)}{x}$$

45. จงหาค่า $u(x)$

- (1) 1
- (2) $\frac{x}{2}$
- (3) x
- (4) $\frac{3x}{2}$
- (5) $2x$

46. จงหาค่า $v(x)$

- (1) $-\frac{x^3}{2}$
- (2) $\frac{x^3}{2}$
- (3) x^3
- (4) $-\frac{3x^3}{2}$
- (5) $\frac{3x^3}{2}$

47. จงหาค่า y_p

- (1) 1
- (2) x
- (3) x^2
- (4) x^3
- (5) x^4

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 48.-50.

กำหนดให้

$$F(s) = \frac{s - \sqrt{2}}{(s - 2)(s - 2\sqrt{2})} = \frac{A}{s - 2} + \frac{B}{s - 2\sqrt{2}}$$

48. จงหาค่า $A + B$

- (1) $\frac{1}{\sqrt{2} - 1}$
- (2) $\frac{1}{1 - \sqrt{2}}$
- (3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}$
- (4) $\frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}}$
- (5) 1

49. จงหาค่า $A - B$

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

(2) $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

(4) $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

(5) 1

50. จงหาค่า $B - A$

(1) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

(2) $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$

(4) $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

(5) 1

51. จงหาค่า $F(s)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform)

ของ

$$f(x) = 3e^{3x} - 4e^{4x}$$

(1) $F(s) = \frac{s}{s^2 - 7s + 12}$

(2) $F(s) = \frac{-s}{s^2 - 7s + 12}$

(3) $F(s) = \frac{s}{s^2 + 7s + 12}$

(4) $F(s) = \frac{-s}{s^2 + 7s + 12}$

(5) $F(s) = \frac{s}{s^2 + 12}$

52. จงหาค่า $F(s)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform)

ของ

$$f(x) = e^{2x} \cos 2x$$

(1) $F(s) = \frac{s}{s^2 + 5}$

(2) $F(s) = \frac{s - 2}{s^2 + 4s + 4}$

(3) $F(s) = \frac{s}{s^2 + 4s + 8}$

(4) $F(s) = \frac{s - 2}{s^2 - 4s + 8}$

(5) $F(s) = \frac{s}{s^2 + 8}$

53. จงหาค่า $f(x)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซผกผัน (inverse Laplace transform) ของ

$$F(s) = \frac{1}{s^2 - 4s + 3}$$

(1) $f(x) = e^x - e^{3x}$

(2) $f(x) = \frac{e^x - e^{3x}}{2}$

(3) $f(x) = e^{3x} - e^x$

(4) $f(x) = \frac{e^{3x} - e^x}{2}$

(5) $f(x) = e^{2x} \sin(x)$

54. จงหาค่า $f(x)$ เมื่อ $f(x)$ เป็นการแปลงลาปลาซผกผัน (inverse Laplace transform) ของ

$$F(s) = \frac{1}{s^2 - 4s + 5}$$

(1) $f(x) = e^x - e^{3x}$

(2) $f(x) = \frac{e^x - e^{3x}}{2}$

(3) $f(x) = e^{3x} - e^x$

(4) $f(x) = \frac{e^{3x} - e^x}{2}$

(5) $f(x) = e^{2x} \sin(x)$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 55.-60.

กำหนดให้ $y'' - 2y' + y = 6xe^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$

โดยการใช้การแปลงลาปลาซ (Laplace transform) ช่วยในการหาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

55. จงหาค่า $\mathcal{L}\{y'\}$ เมื่อ \mathcal{L} เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform)

- (1) $Y(s) - 2$
- (2) $Y(s) - 1$
- (3) $sY(s) - 2$
- (4) $sY(s) - 1$
- (5) $sY(s) - 2s$

หมายเหตุ กำหนดให้ $Y(s)$ เป็นการแปลงลาปลาซของฟังก์ชัน $y(x)$ หรือก็คือ $\mathcal{L}\{y(x)\} = Y(s)$

56. จงหาค่า $\mathcal{L}\{y''\}$ เมื่อ \mathcal{L} เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform)

- (1) $s^2Y(s)$
- (2) $s^2Y(s) + 2s + 1$
- (3) $s^2Y(s) + s + 2$
- (4) $s^2Y(s) - s - 2$
- (5) $s^2Y(s) - 2s - 1$

หมายเหตุ กำหนดให้ $Y(s)$ เป็นการแปลงลาปลาซของฟังก์ชัน $y(x)$ หรือก็คือ $\mathcal{L}\{y(x)\} = Y(s)$

57. จงหาค่า $\mathcal{L}\{y'' - 2y' + y\}$ เมื่อ \mathcal{L} เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform)

(1) $(s^2 - 2s + 1)Y(s) - s - 2$

(2) $(s^2 - 2s + 1)Y(s) - s$

(3) $(s^2 - 2s + 1)Y(s) - 2s - 1$

(4) $(s^2 + 2s + 1)Y(s) + s + 2$

(5) $(s^2 + 2s + 1)Y(s) + 2s + 1$

หมายเหตุ กำหนดให้ $Y(s)$ เป็นการแปลงลาปลาซของฟังก์ชัน $y(x)$ หรือก็คือ $\mathcal{L}\{y(x)\} = Y(s)$

58. จงหาค่า $\mathcal{L}\{xe^x\}$ เมื่อ \mathcal{L} เป็นการแปลงลาปลาซ (Laplace transform)

(1) $\frac{1}{s^2 + 1}$

(2) $\frac{1}{s^2 - 1}$

(3) $\frac{1}{(s-1)^2 + 1}$

(4) $\frac{1}{(s-1)^2 - 1}$

(5) $\frac{1}{(s-1)^2}$

59. เมื่อทำการแปลงลาปลาซปัญหาค่าตั้งต้น

$\mathcal{L}\{y'' - 2y' + y\} = \mathcal{L}\{6xe^x\}$ $y(0) = 1, y'(0) = 2$ เมื่อทำการจัดรูปใหม่ $Y(s)$ มีค่าเท่าใด

(1) $Y(s) = \frac{6}{(s-1)^4}$

(2) $Y(s) = \frac{s-1}{(s-1)^2} + \frac{6}{(s-1)^4}$

(3) $Y(s) = \frac{s+1}{(s-1)^2} + \frac{6}{(s-1)^4}$

(4) $Y(s) = \frac{1}{(s-1)} + \frac{1}{(s-1)^2} + \frac{6}{(s-1)^4}$

(5) $Y(s) = \frac{1}{(s-1)} - \frac{1}{(s-1)^2} + \frac{6}{(s-1)^4}$

หมายเหตุ กำหนดให้ $Y(s)$ เป็นการแปลงลาปลาซของฟังก์ชัน $y(x)$ หรือก็คือ $\mathcal{L}\{y(x)\} = Y(s)$

60. ผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น $y'' - 2y' + y = 6xe^x, y(0) = 1, y'(0) = 2$ คือ

(1) $y(x) = e^x(1+x+3x^2)$

(2) $y(x) = e^x(1+x-3x^2)$

(3) $y(x) = e^x(1+x+x^3)$

(4) $y(x) = e^x(1+x-x^3)$

(5) $y(x) = e^x(1-x-x^3)$

$f(x)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f\}$
1	$\frac{1}{s}, \quad s > 0$
x	$\frac{1}{s^2}, \quad s > 0$
$x^n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$
e^{cx}	$\frac{1}{s-c}, \quad s > 0$
$\sin ax$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\cos ax$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\sinh ax$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\cosh ax$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\mathcal{L}\{e^{ax} f(x)\}$	$F(s-a), \quad s > \alpha + a$
$\mathcal{L}\{c_1 f_1 + c_2 f_2\}$	$c_1 \mathcal{L}\{f_1\} + c_2 \mathcal{L}\{f_2\}$
$\mathcal{L}\{f'\}$	$s\mathcal{L}\{f\} - f(0), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\{f^{(n)}\}$	$s^n \mathcal{L}\{f\} - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - s f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\left\{\int_0^x f(u) du\right\}$	$\frac{F(s)}{s}, \quad s > \beta$
$\mathcal{L}\{xf(x)\}$	$-F'(s), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\{x^n f(x)\} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$	$(-1)^n F^{(n)}(s), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\left\{\frac{f(x)}{x}\right\}$	$\int_s^\infty F(u) du, \quad s > \alpha$

ตารางที่ 1: ตารางการแปลงลาปลาซ