



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 1/2548

รหัสวิชา 103105

ชื่อวิชา CALCULUS III

สอบวันพุธ ที่ 17 เดือน สิงหาคม พ.ศ 2548

เวลา 9.00-12.00 น.

ชื่อ – สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

คำชี้แจง :

1. ข้อสอบมีจำนวน 9 หน้า 6 ข้อ รวมคะแนนทั้งสิ้น 55 คะแนน
2. ให้นักศึกษาแสดงวิธีการหาผลเฉลยลงในตัวข้อสอบให้ละเอียด ในบริเวณที่ไว้ในกระดาษที่แนบมา ไม่ใช่ในหนังสือ หรือ บนกระดาษอื่นใด แต่ต้องเขียนให้ชัดเจน ถ้าข้อไหนทำไม่พอในบริเวณที่ว่างที่กำหนดให้ อนุญาตให้ทำข้อสอบข้างหลัง ต่อค้านหลังของกระดาษคำตอบ ข้อนั้นๆ ถ้าไม่สามารถอ่านลายมือนักศึกษาได้ จะถือว่าทำข้อสอบข้อนั้นไม่สมบูรณ์
3. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ – สกุล และ เลขประจำตัว ลงในข้อสอบและกระดาษคำตอบทุกหน้า
4. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารและเครื่องคิดคำนวณใดๆ เข้าห้องสอบนอกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
5. ห้ามน้ำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
6. ตารางการแปลงผลฯ อยู่ที่หน้าที่ 9 ของข้อสอบ

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต

1 จงหาค่าอินทิกรัล $\int_0^{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \sin(x^2) dx dy$ (10 คะแนน)

รูปบริเวณที่ใช้พิจารณา

โดยทฤษฎีบทของ Fubini พบว่า

$$\int_0^{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} \sin(x^2) dx dy = \int \underline{\hspace{2cm}} \int \underline{\hspace{2cm}} \sin(x^2) dy dx$$

เราสามารถหาค่าอินทิกรัลดังกล่าวได้ดังนี้

ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.เจมส์ ตันทานุช

2. จงหาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น $\frac{dy}{dx} - 2xy = 6xe^{x^2}; \quad y(1) = 0$ (6 คะแนน)

3. จงตรวจสอบว่าสมการต่อไปนี้เป็นสมการแบบแม่นตรง (Exact differential equation) พร้อมทั้งหาผล

เฉลยของ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y^2 - 4x + 5}{2y - 4xy - 4} \quad (9 \text{ คะแนน})$$

4. จงหาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น $y'' - 4y = 64e^{2x}$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 20$ (12 คะแนน)

ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.เจมส์ ตันตรา

4. หาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น (ต่อ)

ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.เจมส์ ตันทานุช

5. จงหาการแปลงลาปลาซผกผันของ $\frac{s+2}{s^2 + 6s + 11}$

(6 คะแนน)

ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.เจมส์ ตันทุมชัย

6. จงประยุกต์ใช้การแปลงลาปลาชหาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น

$$y'' + y' = 2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$$

(12 คะแนน)

ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103105 ชื่อวิชา CALCULUS III อาจารย์ผู้สอน อ.ดร.เจมส์ ตันทานุช

6. หาผลเฉลยของปัญหาค่าตั้งต้น (ต่อ)

$f(x)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f\}$
1	$\frac{1}{s}, \quad s > 0$
x	$\frac{1}{s^2}, \quad s > 0$
$x^n \ (n = 1, 2, 3, \dots)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$
e^{cx}	$\frac{1}{s - c}, \quad s > 0$
$\sin ax$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\cos ax$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\sinh ax$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\cosh ax$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\mathcal{L}\{e^{ax} f(x)\}$	$F(s - a), \quad s > \alpha + a$
$\mathcal{L}\{c_1 f_1 + c_2 f_2\}$	$c_1 \mathcal{L}\{f_1\} + c_2 \mathcal{L}\{f_2\}$
$\mathcal{L}\{f'\}$	$s \mathcal{L}\{f\} - f(0), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\{f^{(n)}\}$	$s^n \mathcal{L}\{f\} - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - s f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\left\{\int_0^x f(u)du\right\}$	$\frac{F(s)}{s}, \quad s > \beta$
$\mathcal{L}\{xf(x)\}$	$-F'(s), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\{x^n f(x)\} \ (n = 1, 2, 3, \dots)$	$(-1)^n F^{(n)}(s), \quad s > \alpha$
$\mathcal{L}\left\{\frac{f(x)}{x}\right\}$	$\int_s^\infty F(u)du, \quad s > \alpha$

ตารางที่ 1: ตารางการแปลงลาปลาช