



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี  
ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 3/2554

ส่วนที่หนึ่ง

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

สอบวันอังคาร ที่ 10 เดือน เมษายน พ.ศ 2555

เวลา 9.00-12.00 น.

ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

คำชี้แจง :

- ข้อสอบมี 2 ส่วน ส่วนที่หนึ่ง เป็นข้อสอบปรนัยมีจำนวน 20 หน้า (รวมปก) 50 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 50 คะแนน ส่วนที่สอง เป็นข้อสอบอัตนัยมีจำนวน 3 หน้า (รวมปก) 1 ข้อ 10 คะแนน รวมคะแนนทั้งสิ้น 60 คะแนน
- ข้อสอบปรนัยแต่ละข้อจะมีตัวเลือก 5 ตัวเลือก จงเลือกตัวเลือกที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียวเพื่อระบายลงในกระดาษคำตอบ การระบายคำตอบมากกว่า 1 คำตอบในข้อนั้นจะถือว่า ข้อนั้นตอบไม่ถูกต้อง
- ดินสอที่จะใช้ระบายต้องเป็นดินสอที่มีระดับความเข้มเทียบเท่าหรือมากกว่า 2B
- นักศึกษาสามารถทดลองในข้อสอบได้
- ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ - สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ ลงในข้อสอบทั้งสองส่วน พร้อมทั้งเขียนชื่อ - สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ พร้อมทั้งระบายรหัสนักศึกษาและวิชา ลงในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารและเครื่องคำนวณใด ๆ เข้าห้องสอบนอกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
- ห้ามนักศึกษานำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- ในการส่งข้อสอบและกระดาษคำตอบ ให้แยกข้อสอบส่วนที่หนึ่งและส่วนที่สองออกจากกัน และทำการส่งให้กรรมการตามที่กำหนด

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

1. ค่าของปริพันธ์  $\int 2^x dx$  เท่ากับเท่าใด

- (1)  $\ln 2^x + c$
- (2)  $(\ln 2)2^x + c$
- (3)  $\frac{2^x}{\ln 2} + c$
- (4)  $\frac{2^x}{2} + c$
- (5)  $\frac{(\ln 2)^x}{2} + c$

2. ค่าของปริพันธ์  $\int \tan x dx$  เท่ากับเท่าใด

- (1)  $\sec^2 x + c$
- (2)  $\ln |\sec x| + c$
- (3)  $\ln |\sec x + \tan x| + c$
- (4)  $\sec x \tan x + c$
- (5)  $\tan \frac{x^2}{2} + c$

3. ค่าของปริพันธ์  $\int x \sec^2(x^2) dx$  เท่ากับเท่าใด

- (1)  $\tan(x^2) + c$
- (2)  $\frac{1}{2} \tan(x^2) + c$
- (3)  $2 \tan(x^2) + c$
- (4)  $\sec(x^2) \tan(x^2) + c$
- (5)  $\ln |\sec(x^2) + \tan(x^2)| + c$

หมายเหตุ  $c$  เป็นค่าคงตัวใดๆ



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตันธนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 4-5

พิจารณากการหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} dx$

4. ข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\int_{\sqrt{5}}^3 \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} dx$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

5. ข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} dx$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 6-7

พิจารณากการหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{1}{1+x^2} dx$

6. ข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$

(1)  $\frac{\pi}{8}$

(2)  $\frac{\pi}{6}$

(3)  $\frac{\pi}{4}$

(4)  $\frac{\pi}{3}$

(5)  $\frac{\pi}{2}$

7. ข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\int_1^\infty \frac{1}{1+x^2} dx$

(1)  $\frac{\pi}{8}$

(2)  $\frac{\pi}{6}$

(3)  $\frac{\pi}{4}$

(4)  $\frac{\pi}{3}$

(5)  $\frac{\pi}{2}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 8-10**พิจารณาการหาค่าปริพันธ์ไม่ตรงแบบ  $\int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{|1+2x|}} dx = \int_{-2}^c \frac{1}{\sqrt{f(x)}} dx + \int_c^2 \frac{1}{\sqrt{g(x)}} dx$ 8. ฟังก์ชัน  $f(x)$  ที่ปรากฏในการหาปริพันธ์ควรเป็นเท่าใด

- (1)  $1+2x$
- (2)  $1-2x$
- (3)  $2x-1$
- (4)  $-2x-1$
- (5)  $(1+2x)^2$

9. ฟังก์ชัน  $g(x)$  ที่ปรากฏในการหาปริพันธ์ควรเป็นเท่าใด

- (1)  $1+2x$
- (2)  $1-2x$
- (3)  $2x-1$
- (4)  $-2x-1$
- (5)  $(1+2x)^2$

10. ค่าของ  $c$  ที่ปรากฏในการหาปริพันธ์ควรเป็นเท่าใด

- (1) -1
- (2)  $-\frac{1}{2}$
- (3) 0
- (4)  $\frac{1}{2}$
- (5) 1



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 11 - 13**

พิจารณาสมการทรงกลม

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2(\cos 2)y + 2(\sin 2)z + d = 0, \text{ เมื่อ } d \text{ เป็นจำนวนจริงใด ๆ}$$

11. ถ้าจุด  $(x_0, y_0, z_0)$  เป็นจุดศูนย์กลางของทรงกลมดังกล่าว จงหาค่า  $x_0 \cdot y_0 \cdot z_0$  ( $x_0$  คูณ  $y_0$  คูณ  $z_0$ )

- (1) 0
- (2)  $\sin 1$
- (3)  $\sin 2$
- (4)  $\sin 3$
- (5)  $\sin 4$

12. ถ้าทรงกลมดังกล่าวมีรัศมีเท่ากับ 2 ค่า  $d$  จะมีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

13. ถ้าสมการดังกล่าวมีค่า  $d = 4$  ทรงกลมมีค่ารัศมีเท่ากับเท่าใด

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

14. กำหนดให้เวกเตอร์  $u$  และเวกเตอร์  $v$  ไม่ขนานกันและไม่เป็นเวกเตอร์  $\vec{0}$  ทั้งสองเวกเตอร์  
ข้อใดต่อไปนี้สรุปถูกต้อง

(1)  $v \cdot (v \times v) = 0$

(2)  $(v \times u) \cdot (v \times u) = 0$

(3)  $(u \times v) \cdot (v \times u) = 0$

(4)  $(v \times u) \times u = \vec{0}$

(5)  $v \times (u \times v) = \vec{0}$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 15 - 16

กำหนดให้

$$\langle x, -y, x \rangle + \langle -y, x, 2y \rangle + z \langle 2, 1, -1 \rangle = \langle 9, 6, 3 \rangle$$

15. ค่าของ  $y+z$  จะเท่ากับข้อใด

(1) 0

(2) 1

(3) 2

(4) 3

(5) 4

16. ค่าของ  $x-z$  จะเท่ากับข้อใด

(1) 0

(2) 1

(3) 2

(4) 3

(5) 4



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 17 - 18**กำหนดให้  $u = \langle -3, 1, 6 \rangle$  และ  $v = \langle 3, -4, 2 \rangle$ 17. จงหาเวกเตอร์ภาพฉายของเวกเตอร์  $u$  บนเวกเตอร์  $v$  ( $\text{proj}_v u$ )

(1)  $\left\langle \frac{3}{29}, -\frac{1}{29}, -\frac{6}{29} \right\rangle$

(2)  $\left\langle -\frac{3}{29}, \frac{1}{29}, \frac{6}{29} \right\rangle$

(3)  $\left\langle -\frac{3}{29}, \frac{4}{29}, -\frac{2}{29} \right\rangle$

(4)  $\left\langle -\frac{3}{46}, \frac{4}{46}, -\frac{2}{46} \right\rangle$

(5)  $\left\langle \frac{3}{46}, -\frac{4}{46}, \frac{2}{46} \right\rangle$

18. จงหาเวกเตอร์ส่วนประกอบของเวกเตอร์  $u$  ซึ่งตั้งฉากกับเวกเตอร์  $v$ 

(1)  $\left\langle -\frac{141}{46}, \frac{50}{46}, \frac{274}{46} \right\rangle$

(2)  $\left\langle -\frac{84}{29}, \frac{28}{29}, \frac{168}{29} \right\rangle$

(3)  $\left\langle -\frac{90}{29}, \frac{30}{29}, \frac{180}{29} \right\rangle$

(4)  $\left\langle -\frac{84}{29}, \frac{25}{29}, \frac{176}{29} \right\rangle$

(5)  $\left\langle -\frac{90}{29}, \frac{33}{29}, \frac{172}{29} \right\rangle$





ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 19-20**จงหาปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนานซึ่งมีเวกเตอร์  $\langle 2, 0, -1 \rangle, \langle 3, 1, 0 \rangle$  และ  $u$  เป็นส่วนประกอบ19. เมื่อ  $u = \langle 5, 2, 3 \rangle$  ปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนาน มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 2 ลูกบาศก์หน่วย
- (2) 3 ลูกบาศก์หน่วย
- (3) 4 ลูกบาศก์หน่วย
- (4) 5 ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 6 ลูกบาศก์หน่วย

20. เมื่อ  $u = \langle -4, 2, 3 \rangle$  ปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนาน มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 2 ลูกบาศก์หน่วย
- (2) 3 ลูกบาศก์หน่วย
- (3) 4 ลูกบาศก์หน่วย
- (4) 5 ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 6 ลูกบาศก์หน่วย

21. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-3, 1, 5)$  และ ขนานกับเวกเตอร์  $\langle -4, 2, -3 \rangle$ 

- (1)  $x = 4 + 3t, y = 2 - t, z = 3 - 5t$
- (2)  $x = -3 + 4t, y = 1 - 2t, z = 5 + 3t$
- (3)  $x = 4 - 3t, y = 2 + t, z = 3 + 5t$
- (4)  $x = -3 + 4t, y = 1 + 2t, z = 5 + 3t$
- (5)  $x = -4 - 3t, y = -2 + t, z = -2 + 5t$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

22. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด (1,2,3) และตั้งฉากกับระนาบ  $xy$ 

(1)  $x = 1+t, y = 2+t, z = 3+t$

(2)  $x = 1+t, y = 2, z = 3+t$

(3)  $x = 1, y = 2+t, z = 3$

(4)  $x = 1, y = 2, z = 3+t$

(5)  $x = t, y = 2t, z = 3t$

23. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด (-3,1,5) และขนานกับเส้นตรง

$$x = \sqrt{2} + \sqrt{3}t, y = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}t, z = \frac{7}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{3}}t$$

(1)  $x = -3 - 3t, y = 1 - 9t, z = 5 + 2t$

(2)  $x = 3 - 3t, y = -1 - 9t, z = -5 - 2t$

(3)  $x = -3 - 3t, y = 1 - 9t, z = 5 - 2t$

(4)  $x = 3 - 3t, y = -1 + 9t, z = -5 + 2t$

(5)  $x = -3 + 3t, y = 1 - 9t, z = 5 - 2t$

24. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$  และ จุด  $\left(\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}\right)$ 

(1)  $x = \frac{1}{2} - \frac{1}{5}t, y = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}t, z = \frac{1}{4} - \frac{1}{7}t$

(2)  $x = \frac{1}{5} - \frac{1}{2}t, y = \frac{1}{6} - \frac{1}{3}t, z = \frac{1}{7} - \frac{1}{4}t$

(3)  $x = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}t, y = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}t, z = \frac{1}{4} - \frac{1}{3}t$

(4)  $x = \frac{1}{5} - \frac{1}{3}t, y = \frac{1}{6} - \frac{1}{3}t, z = \frac{1}{7} - \frac{1}{3}t$

(5)  $x = \frac{1}{2} + \frac{3}{10}t, y = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}t, z = \frac{1}{4} + \frac{3}{28}t$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 25-27**ให้เส้นตรง  $L_1$  เป็นไปตามสมการ  $L_1 : x = 2 - t, y = 1 + 2t, z = 4 + 3t$ ให้เส้นตรง  $L_2$  เป็นไปตามสมการ  $L_2 : x = 1 - 3t, y = -4 - t, z = 2t$ 25. เวกเตอร์ใดตั้งฉากกับเส้นตรง  $L_1$  และเส้นตรง  $L_2$ 

- (1)  $\langle 1, 1, 1 \rangle$
- (2)  $\langle 2, -2, 2 \rangle$
- (3)  $\langle -3, -3, 3 \rangle$
- (4)  $\langle 4, 4, -4 \rangle$
- (5)  $\langle -5, 5, 5 \rangle$

26. จุดตัดระหว่างเส้นตรงทั้งสองคือจุดใด

- (1)  $(4, -3, 2)$
- (2)  $(-4, -3, 2)$
- (3)  $(4, -3, -2)$
- (4)  $(-4, 3, 2)$
- (5)  $(4, 3, -2)$

27. ระนาบใดที่มีทั้งเส้นตรง  $L_1$  และ  $L_2$  เป็นส่วนประกอบ

- (1)  $x + y + z = 5$
- (2)  $z - x - y = 10$
- (3)  $y + z - x = 5$
- (4)  $x + y - z = 10$
- (5)  $x - y + z = 5$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตันธนุช

28. จุดใดอยู่บนระนาบ  $z = \frac{x+y+1}{2}$ 

- (1)  $(1, -\sqrt{3}, 1 - \sqrt{3})$
- (2)  $(2, 1 + \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3})$
- (3)  $(2, 2\sqrt{3} - 3, \sqrt{3})$
- (4)  $(2\sqrt{3}, 1, \sqrt{3})$
- (5)  $(\sqrt{3}, 1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3})$

29. จุดใดเป็นจุดตัดระหว่างระนาบ  $2x - 3y - z - 3 = 0$  และเส้นตรง  $x = 2 + t, y = 2 - t, z = -3 + 3t$ 

- (1)  $(0, 2, -9)$
- (2)  $(1, 1, -4)$
- (3)  $(2, 0, -1)$
- (4)  $(3, 1, 0)$
- (5)  $(4, 2, -1)$

30. จงหาสมการของระนาบซึ่งผ่านจุด  $(5, -2, 3)$  และตั้งฉากกับเส้นตรง  $x = 5 + 4t, y = -3 + t, z = 1 - 2t$ 

- (1)  $5x - 3y + z = 34$
- (2)  $5x - 2y + 3z + 34 = 0$
- (3)  $5x - 2y + 3z = 34$
- (4)  $4x + y - 2z = 12$
- (5)  $4x + y - 2z + 12 = 0$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 31-32**ให้ระนาบ  $P_1$  เป็นไปตามสมการ  $P_1 : 7x - 4y + 4z = 10$ ให้ระนาบ  $P_2$  เป็นไปตามสมการ  $P_2 : 4x + 8y + z + 4 = 0$ 31. ข้อใดเป็นค่าของ **cosine** ของมุมระหว่างระนาบทั้งสอง

(1) 0

(2)  $\frac{1}{2}$

(3)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(4)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) 1

32. เวกเตอร์ใด**ขนาน**กับกับเส้นตรงที่เกิดจากการตัดกันของระนาบทั้งสอง

(1)  $\langle 4, 1, -8 \rangle$

(2)  $\langle 4, -1, 8 \rangle$

(3)  $\langle -4, 1, 8 \rangle$

(4)  $\langle 4, 1, 8 \rangle$

(5)  $\langle 4, 8, 1 \rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 33-35**พิจารณานจุด  $P_1(4, 2, 3)$ ,  $P_2(5, 4, 3)$  และ  $P_3(4, -2, 6)$ 33. จงหาระนาบที่ผ่านจุด  $P_1$ ,  $P_2$  และ  $P_3$ 

(1)  $6x - 3y - 4z + 6 = 0$

(2)  $6x - 3y - 4z = 6$

(3)  $3x - 6y - 4z + 6 = 0$

(4)  $3x - 6y - 4z = 6$

(5)  $4x - 3y - 6z + 6 = 0$

34. เวกเตอร์ใดต่อไปนี้ขนานกับระนาบดังกล่าว

(1)  $\langle 1, -1, 2 \rangle$

(2)  $\langle 2, 4, 0 \rangle$

(3)  $\langle 3, 0, 4 \rangle$

(4)  $\langle 4, 2, 1 \rangle$

(5)  $\langle 1, 5, -2 \rangle$

35. พื้นที่ของสามเหลี่ยมที่มีจุด  $P_1$ ,  $P_2$  และ  $P_3$  เป็นจุดมุมคือ

(1)  $\frac{\sqrt{60}}{2}$  ตารางหน่วย

(2)  $\frac{\sqrt{61}}{2}$  ตารางหน่วย

(3)  $\frac{\sqrt{62}}{2}$  ตารางหน่วย

(4)  $\frac{\sqrt{63}}{2}$  ตารางหน่วย

(5)  $\frac{\sqrt{64}}{2}$  ตารางหน่วย



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

36. ให้  $r(t) = \ln t \mathbf{i} + \ln(t^2) \mathbf{j} + \ln(t^3) \mathbf{k}$  เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่เมื่อ  $t > 0$  อัตราเร็วของอนุภาค ณ  $t = \sqrt{7}$  คือข้อใด

(1) 1

(2)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(3)  $\sqrt{2}$

(4)  $\frac{1}{\sqrt{7}}$

(5)  $\sqrt{7}$

37. ให้  $r(t) = 2(\sin t) \mathbf{i} + \sqrt{2}(\cos t) \mathbf{j} + t^2 \mathbf{k}$  เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่เมื่อ  $t > 0$  อัตราเร่งของอนุภาค ณ  $t = \frac{\pi}{4}$  คือข้อใด

(1) 1

(2)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(3)  $\sqrt{2}$

(4)  $\frac{1}{\sqrt{7}}$

(5)  $\sqrt{7}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 38-39**

ให้  $\mathbf{r}(t)$  เป็นฟังก์ชันเชิงเวกเตอร์โดยที่  $|\mathbf{r}(t)| = \frac{1}{2}$  ทุกๆ ค่า  $t$

และ  $\frac{d\mathbf{r}}{dt}(t) = \sqrt{2} \sin(t) \mathbf{i} + \sqrt{2} \cos(t) \mathbf{k}$

38. จงหาค่า  $\left| \mathbf{r}(t) \times \frac{d\mathbf{r}}{dt}(t) \right|$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

39. ข้อใดเป็นค่าของ cosine ของมุมระหว่าง  $\mathbf{r}(t)$  และ  $\frac{d\mathbf{r}}{dt}(t)$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4





ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

40. ค่าของ  $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}) \\ x \neq y}} \frac{\sin^2 x - \sin x - \cos^2 y + \cos y}{\sin x - \cos y}$  คือข้อใด

- (1) 0
- (2) 1
- (3)  $\sqrt{2}$
- (4)  $\sqrt{2} - 1$
- (5)  $\sqrt{2} + 1$

41. ค่าของ  $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}) \\ x \neq y}} \frac{\sin^2 x + \sin x - \cos^2 y - \cos y}{\sin x - \cos y}$  คือข้อใด

- (1) 0
- (2) 1
- (3)  $\sqrt{2}$
- (4)  $\sqrt{2} - 1$
- (5)  $\sqrt{2} + 1$

42. ค่าของ  $f_{xxxxx}$  ณ  $(0, 1)$  เมื่อ  $f(x, y) = e^{xy}$  คือข้อใด

- (1) 3
- (2) 4
- (3) 5
- (4) 6
- (5) 7



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 43-45**

กำหนดให้  $z = 2\frac{y^2}{x} + 3x^3y$

43. ค่าของ  $\left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า  $x = \cos t, y = \sin(2t)$ 

- (1) 9
- (2) 6
- (3) 4
- (4) 3
- (5) 0

44. ค่าของ  $\left. \frac{\partial z}{\partial r} \right|_{(r,s)=(1,1)}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า  $x = \frac{s^2}{r}, y = r^2s - 1$ 

- (1) 9
- (2) 6
- (3) 4
- (4) 3
- (5) 1

45. ค่าของ  $\left. \frac{\partial z}{\partial s} \right|_{(r,s)=(1,1)}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า  $x = \frac{s^2}{r}, y = r^2s - 1$ 

- (1) 9
- (2) 6
- (3) 4
- (4) 3
- (5) 1



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

## จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 46-47

ถ้า  $y$  เป็นฟังก์ชันของ  $x$  กำหนดให้  $x + y = \ln(xy) + \frac{5}{2}$ 46. จงหาค่า  $\frac{dy}{dx}$  ณ จุด  $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 

(1) -2

(2)  $-\frac{1}{2}$

(3) 0

(4)  $\frac{1}{2}$

(5) 2

47. จงหาค่า  $\frac{dy}{dx}$  ณ จุด  $\left(2, \frac{1}{2}\right)$ 

(1) -2

(2)  $-\frac{1}{2}$

(3) 0

(4)  $\frac{1}{2}$

(5) 2



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ. ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 48-50**

กำหนดให้  $f(x, y, z) = \frac{y+x}{x+1} - z^2$

48. ค่าเกรเดียน (gradient) ของ  $f(x, y, z)$  ณ จุด  $(0, 1, 1)$  คือข้อใด

- (1)  $\langle 0, 1, 2 \rangle$
- (2)  $\langle 0, -1, 2 \rangle$
- (3)  $\langle 0, 1, -2 \rangle$
- (4)  $\langle 1, 0, 2 \rangle$
- (5)  $\langle 1, 0, -2 \rangle$

49. ค่าของอนุพันธ์ของ  $f(x, y, z)$  ณ จุด  $(0, 1, 1)$  ในทิศทางของเวกเตอร์  $\langle 2, -4, 4 \rangle$  คือข้อใด

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

50. สมการระนาบซึ่งสัมผัสผิวโค้ง  $f(x, y, z) = 0$  ณ จุด  $(0, 1, 1)$  คือ ข้อใด

- (1)  $2z - y = 1$
- (2)  $y - 2z = 1$
- (3)  $y + 2z + 1 = 0$
- (4)  $x + 2y + 1 = 0$
- (5)  $x - 2z = 1$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

## ส่วนที่สอง

ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 3/2554

วิชา 103102 Calculus II (แคลคูลัส 2)

สอบวันอังคารที่ 10 เมษายน พ.ศ. 2555 เวลา 9.00 – 12.00 น.

คะแนน	
เต็ม	ได้
10	

## คำชี้แจง :

- ข้อสอบส่วนที่สองเป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 1 ข้อ รวม 10 คะแนน
- ข้อสอบมีจำนวน 3 หน้า (รวมปก)
- ให้นักศึกษาแสดงวิธีทำโดยละเอียดลงในที่ว่างที่เว้นไว้ในแต่ละข้อในข้อสอบฉบับนี้เท่านั้น หากพื้นที่ตอบไม่พอ ให้ใช้ด้านหลังของแต่ละแผ่น หากไม่สามารถอ่านลายมือของนักศึกษาได้ จะไม่ทำการตรวจในข้อดังกล่าว
- ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ-สกุล เลขประจำตัว และเลขที่นั่งสอบ ในส่วนที่กำหนดทุกหน้า โดยจะไม่พิจารณาตรวจให้คะแนนถ้าไม่เขียน ชื่อ-สกุล เลขประจำตัว และเลขที่นั่งสอบ ในแต่ละหน้าที่ทำข้อสอบ
- ไม่อนุญาตให้นำเอกสารและเครื่องคำนวณใด ๆ เข้าห้องสอบนอกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
- ห้ามนักศึกษานำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด
- ในการส่งข้อสอบและกระดาษคำตอบ ให้แยกข้อสอบส่วนที่หนึ่งและส่วนที่สองออกจากกัน และทำการส่งให้กรรมการตามที่กำหนด



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

กำหนดให้  $f(x, y) = y^3 - 9y + 3x^2 - 6xy$  จงหาจุดวิกฤตของฟังก์ชัน และ แจกแจงว่าจุดวิกฤตนั้นเป็นจุดสุดขีดชนิดใด พร้อมทั้งหาค่าสุดขีด ณ จุดดังกล่าว (10 คะแนน)