



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี  
ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 3/2552

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

สอบวันพุธ ที่ 7 เดือน เมษายน พ.ศ 2553

เวลา 9.00-12.00 น.

ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

**คำชี้แจง :**

1. ข้อสอบเป็นข้อสอบปรนัยมีจำนวน 26 หน้า (รวมปก) 60 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. ข้อสอบปรนัยแต่ละข้อจะมีตัวเลือก 5 ตัวเลือก จงเลือกตัวเลือกที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียวเพื่อระบายลงในกระดาษคำตอบ การระบายคำตอบมากกว่า 1 คำตอบในข้อนั้นจะถือว่า ข้อนั้นตอบไม่ถูกต้อง
3. ดินสอที่จะใช้ระบายต้องเป็นดินสอที่มีระดับความเข้มเทียบเท่าหรือมากกว่า 2B
4. นักศึกษาสามารถทกลงในข้อสอบได้
5. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ - สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ ลงในข้อสอบหน้าแรก พร้อมทั้งเขียนชื่อ - สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ พร้อมทั้งระบายรหัสนักศึกษาและวิชา ลงในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย
6. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารและเครื่องคำนวณใดๆ เข้าห้องสอบนอกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
7. ห้ามนักศึกษานำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1-2

พิจารณาการหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$ 1. เพื่อให้การหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$  เป็นไปได้อย่างง่าย ควรจะใช้เทคนิคใดในการหาปริพันธ์

- (1) แทนค่า  $u = 4 - x^2$
- (2) แทนค่า  $u = \sqrt{4 - x^2}$
- (3) แทนค่า  $x$  ด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- (4) ใช้วิธีแยกเศษส่วนย่อย (partial fractions)
- (5) ใช้วิธีหาปริพันธ์ทีละส่วน (integration by parts)

2. ข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$ 

- (1)  $\frac{\pi}{6}$
- (2)  $\frac{\pi}{2}$
- (3)  $\pi$
- (4) 2
- (5)  $2 - \sqrt{3}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 3-4

พิจารณาการหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$

3. เพื่อให้การหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$  เป็นไปได้อย่างง่าย ควรจะใช้เทคนิคใดในการหาปริพันธ์

- (1) แทนค่า  $u = 4 - x^2$
- (2) แทนค่า  $u = \sqrt{4 - x^2}$
- (3) แทนค่า  $x$  ด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- (4) ใช้วิธีแยกเศษส่วนย่อย (partial fractions)
- (5) ใช้วิธีหาปริพันธ์ทีละส่วน (integration by parts)

4. ข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$

- (1)  $\frac{\pi}{6}$
- (2)  $\frac{\pi}{2}$
- (3)  $\pi$
- (4) 2
- (5)  $2 - \sqrt{3}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 5-6**พิจารณาการหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$ 5. เพื่อให้การหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$  เป็นไปได้อย่างง่าย ควรจะใช้เทคนิคใดในการหาปริพันธ์

- (1) แทนค่า  $u = 4 - x^2$
- (2) แทนค่า  $u = \sqrt{4 - x^2}$
- (3) แทนค่า  $x$  ด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ
- (4) ใช้วิธีแยกเศษส่วนย่อย (partial fractions)
- (5) ใช้วิธีหาปริพันธ์ทีละส่วน (integration by parts)

6. ข้อใดมีค่าเท่ากับ  $\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$ 

- (1)  $\frac{\pi}{6}$
- (2)  $\frac{\pi}{2}$
- (3)  $\pi$
- (4) 2
- (5)  $2 - \sqrt{3}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 7-10

พิจารณาการหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{3x^2 - 2}{x^3 - 3x^2 + 4x - 2} dx$

7. ข้อใดเป็นรากของสมการ  $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

8. โดยวิธีการแยกเศษส่วนย่อย  $\frac{3x^2 - 2}{x^3 - 3x^2 + 4x - 2} = \frac{A}{x + \alpha} + \frac{Bx + C}{x^2 + \beta x + \gamma}$

จงหาค่า  $\beta + \gamma$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2



9. โดยวิธีการแยกเศษส่วนย่อย  $\frac{3x^2 - 2}{x^3 - 3x^2 + 4x - 2} = \frac{A}{x + \alpha} + \frac{Bx + C}{x^2 + \beta x + \gamma}$

จงหาค่า  $A + B - C$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

10.  $\int \frac{3x^2 - 2}{x^3 - 3x^2 + 4x - 2} dx$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\ln|x^3 - 3x^2 + 4x - 2| + 6 \tan^{-1}(x - 1) + c$
- (2)  $\ln|x^3 - 3x^2 + 4x - 2| + 5 \tan^{-1}(x - 1) + c$
- (3)  $\ln|x^3 - 3x^2 + 4x - 2| + 4 \tan^{-1}(x - 1) + c$
- (4)  $\ln|x^3 - 3x^2 + 4x - 2| + 3 \tan^{-1}(x - 1) + c$
- (5)  $\ln|x^3 - 3x^2 + 4x - 2| + 2 \tan^{-1}(x - 1) + c$

หมายเหตุ  $c$  เป็นค่าคงตัวใดๆ



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันตหนูช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 11 – 12พิจารณาสมการทรงกลม

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6\sqrt{2}x + 2\sqrt{3}y - z + 21 = 0$$

11. ทรงกลมดังกล่าวมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดใด

- (1)  $(3\sqrt{2}, -\sqrt{3}, \frac{1}{2})$
- (2)  $(-3\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2})$
- (3)  $(-3\sqrt{2}, -\sqrt{3}, \frac{1}{2})$
- (4)  $(3\sqrt{2}, \sqrt{3}, -\frac{1}{2})$
- (5)  $(3\sqrt{2}, -\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$

12. ทรงกลมดังกล่าวมีรัศมีเท่าใด

- (1) 1
- (2)  $\sqrt{2}$
- (3)  $\sqrt{3}$
- (4)  $\frac{1}{2}$
- (5) 2

13. ระยะทางระหว่างจุด  $(1 + \sqrt{3}, -1 + \sqrt{5}, 2)$  และจุด  $(-2 + \sqrt{3}, -1, 2 + \sqrt{11})$  คือข้อใด

- (1)  $\sqrt{3}$
- (2)  $2 + \sqrt{3}$
- (3) 4
- (4)  $\sqrt{17}$
- (5) 5



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

14. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด  $(6 + \sqrt{3}, 1 - \sqrt{5}, \sqrt{11} + 2)$  และจุด  $(-2 - \sqrt{3}, \sqrt{5} - 1, -\sqrt{11})$  คือจุดใด

- (1)  $(2, 0, 1)$
- (2)  $(4, 0, 2)$
- (3)  $(\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{11})$
- (4)  $(8, 2, 2)$
- (5)  $(4 + \sqrt{3}, 2 + \sqrt{5}, 2 - \sqrt{11})$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 15 – 16

กำหนดให้

$$\langle x, -z, x \rangle + \langle z, x, -1 \rangle = y \langle -2, 1, -1 \rangle$$

15. ค่าของ  $x + y$  จะเท่ากับข้อใด

- (1) -3
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 3

16. ค่าของ  $y + z$  จะเท่ากับข้อใด

- (1) -3
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 3





ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

17. ถ้า  $\overrightarrow{AB} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$  และ  $A$  เป็นจุด  $(\frac{1}{4}, \frac{5}{2}, \frac{1}{3})$  แล้ว จุด  $B$  จะเป็นดังข้อใด

(1)  $(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{-5}{3})$

(2)  $(\frac{3}{4}, \frac{11}{2}, \frac{-5}{3})$

(3)  $(\frac{5}{4}, \frac{11}{2}, \frac{-5}{3})$

(4)  $(\frac{5}{4}, \frac{11}{2}, \frac{-7}{3})$

(5)  $(\frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{-7}{3})$

18. กำหนดให้  $\mathbf{u} = \langle \sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{a} + \sqrt{b} \rangle$  และ  $\mathbf{v} = \langle \sqrt{b}, -\sqrt{a}, \sqrt{a} - \sqrt{b} \rangle$  จงหาขนาดของเวกเตอร์  $\mathbf{u} + \mathbf{v}$

(1)  $\sqrt{4a + 2b}$

(2)  $\sqrt{6a + 2b}$

(3)  $\sqrt{6a + 4\sqrt{ab} + b^2}$

(4)  $\sqrt{6a + 2\sqrt{ab} + \sqrt{2b}}$

(5)  $\sqrt{4a + 4\sqrt{ab} + 4b}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

19. ข้อใดเป็นเวกเตอร์ซึ่งมีทิศทางตรงกันข้ามกับเวกเตอร์  $\left\langle \frac{1}{a^2-b^2}, \frac{1}{b^2-a^2}, \frac{1}{a^3+b^3} \right\rangle$

(1)  $\left\langle \frac{a}{a^2-b^2}, \frac{a}{b^2-a^2}, \frac{a}{a^3-b^3} \right\rangle$

(2)  $\left\langle \frac{a}{b^2-a^2}, \frac{b}{a^2-b^2}, \frac{a}{b^3-a^3} \right\rangle$

(3)  $\left\langle \frac{1}{b-a}, \frac{1}{a-b}, \frac{-1}{a^2-ab+b^2} \right\rangle$

(4)  $\left\langle \frac{1}{b-a}, \frac{1}{a-b}, \frac{1}{a^2-ab+b^2} \right\rangle$

(5)  $\left\langle \frac{1}{a-b}, \frac{1}{b-a}, \frac{1}{a^2-ab+b^2} \right\rangle$

20. กำหนดให้  $u \cdot (v \times w) = 12$  ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

(1)  $w \cdot (u \times v) = -12$

(2)  $w \cdot (v \times u) = 12$

(3)  $u \cdot (w \times v) = 12$

(4)  $v \cdot (w \times u) = 12$

(5)  $v \cdot (u \times w) = 12$

21. กำหนดให้เวกเตอร์  $u$  และเวกเตอร์  $v$  มีขนาดไม่เท่ากันและไม่เป็นเวกเตอร์  $\vec{0}$  ทั้งสองเวกเตอร์

ข้อใดต่อไปนี้สรุปไม่ถูกต้อง

(1)  $u \cdot (v \times u) = -v \cdot (u \times v)$

(2)  $u \cdot (v \times u) = v \cdot (u \times v)$

(3)  $u + (v \times v) = v + (u \times u)$

(4)  $u \cdot (v \times v) = v \cdot (u \times u)$

(5)  $u \cdot (u \times v) = v \cdot (u \times u)$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

22. กำหนดให้  $|u| = 2$  และ  $|v| = 4$  ถ้าเวกเตอร์  $u$  และเวกเตอร์  $v$  ทำมุมกัน  $\frac{\pi}{4}$  Rad

ค่าของ  $|u \times v|$  เท่ากับเท่าใด

- (1) 8
- (2) 4
- (3)  $4\sqrt{2}$
- (4)  $4\sqrt{3}$
- (5)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 23-24**

จงหาปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนานซึ่งมีเวกเตอร์  $\langle 2, 0, 1 \rangle$ ,  $\langle -1, 6, 3 \rangle$  และ  $u$  เป็นส่วนประกอบ

23. เมื่อ  $u = \langle 5, 4, 1 \rangle$  ปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนาน มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 22 ลูกบาศก์หน่วย
- (2) 34 ลูกบาศก์หน่วย
- (3) 46 ลูกบาศก์หน่วย
- (4) 64 ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 82 ลูกบาศก์หน่วย

24. เมื่อ  $u = \langle 5, 4, 3 \rangle$  ปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนาน มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 22 ลูกบาศก์หน่วย
- (2) 34 ลูกบาศก์หน่วย
- (3) 46 ลูกบาศก์หน่วย
- (4) 64 ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 82 ลูกบาศก์หน่วย



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้เพื่อตอบคำถามข้อ 25 – 26**กำหนดให้  $u = \langle 2, -3, 1 \rangle$  และ  $v = \langle 2, 1, -3 \rangle$ 25. จงหาเวกเตอร์ภาพฉายของเวกเตอร์  $u$  บนเวกเตอร์  $v$  ( $\text{proj}_v u$ )

(1)  $\left\langle -\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}, \frac{3}{7} \right\rangle$

(2)  $\left\langle -\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, -\frac{1}{7} \right\rangle$

(3)  $\left\langle -\frac{2}{14}, -\frac{1}{14}, \frac{3}{14} \right\rangle$

(4)  $\left\langle -\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{1}{7} \right\rangle$

(5)  $\left\langle \frac{2}{7}, \frac{1}{7}, -\frac{3}{7} \right\rangle$

26. จงหาเวกเตอร์ภาพฉายของเวกเตอร์  $v$  บนเวกเตอร์  $u$  ( $\text{proj}_u v$ )

(1)  $\left\langle -\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}, \frac{3}{7} \right\rangle$

(2)  $\left\langle -\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, -\frac{1}{7} \right\rangle$

(3)  $\left\langle -\frac{2}{14}, -\frac{1}{14}, \frac{3}{14} \right\rangle$

(4)  $\left\langle -\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{1}{7} \right\rangle$

(5)  $\left\langle \frac{2}{7}, \frac{1}{7}, -\frac{3}{7} \right\rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

27. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(-3, 1, 5)$  และขนานกับเวกเตอร์  $\langle 4, 4, -2 \rangle$

- (1)  $x = 4 + 3t, y = 4 - t, z = -2 - 5t$
- (2)  $x = -3 + 4t, y = 1 - 4t, z = 5 - 2t$
- (3)  $x = 4 - 3t, y = 4 - t, z = -2 + 5t$
- (4)  $x = -3 - 4t, y = 1 - 4t, z = 5 + 2t$
- (5)  $x = -4 - 3t, y = -4 + t, z = 2 + 5t$

28. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(4, 4, -2)$  และขนานกับเส้นตรง

$$x = 5 - \sqrt{3}t, y = 2 + \sqrt{12}t, z = 7 - \sqrt{75}t$$

- (1)  $x = 4 + t, y = 4 - 2t, z = -2 + 5t$
- (2)  $x = -4 - 3t, y = -4 + 12t, z = 2 + 75t$
- (3)  $x = 4 - 3t, y = 4 + 6t, z = -2 + 15t$
- (4)  $x = 4 + 3t, y = 4 - 6t, z = -2 - 15t$
- (5)  $x = -4 - 3t, y = -4 + 6t, z = 2 - 15t$

29. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(1, 2, 3)$  และขนานกับแกน  $y$

- (1)  $x = t, y = 2t, z = 3t$
- (2)  $x = 1 + t, y = 2, z = 3$
- (3)  $x = 1, y = 2 + t, z = 3$
- (4)  $x = 1, y = 2, z = 3 + t$
- (5)  $x = 1 + t, y = 2 + t, z = 3 + t$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

30. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(1,2,0)$  และ จุดบนแกน  $z$  ซึ่งห่างจากจุดกำเนิด 3 หน่วย

(1)  $x = 1 - t, y = 2 + 3t, z = 3t$

(2)  $x = 1 + t, y = 2 + t, z = 3t$

(3)  $x = t, y = 2t, z = 3 - 3t$

(4)  $x = t, y = 2t, z = 3$

(5)  $x = 1 - t, y = 2 - t, z = 3t$

31. จงหาสมการของระนาบซึ่งผ่านจุด  $(-1, -3, -2)$  และมีเวกเตอร์  $\langle -3, 6, 1 \rangle$  เป็นเวกเตอร์แนวฉาก

(1)  $3x + 6y + z + 17 = 0$

(2)  $3x - 6y - z = 17$

(3)  $3x + 6y - z + 17 = 0$

(4)  $3x + 6y + z = 17$

(5)  $3x - 6y - z + 17 = 0$

32. จงหาสมการของระนาบซึ่งผ่านจุด  $(2, 1, -3)$  และตั้งฉากกับเส้นตรง  $x = 5 + t, y = 2t, z = t$

(1)  $x + 2y = 4$

(2)  $x + z + 1 = 0$

(3)  $x + 2y + z = 1$

(4)  $2x + y - 3z = 7$

(5)  $2x + y - 3z + 7 = 0$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 33-35**ให้เส้นตรง  $L_1$  เป็นไปตามสมการ  $L_1 : x = 2 + 3t, y = 4 - t, z = -2 - 2t$ ให้เส้นตรง  $L_2$  เป็นไปตามสมการ  $L_2 : x = 4 + 2t, y = t, z = -4 - t$ 

33. จุดตัดระหว่างเส้นตรงทั้งสองคือจุดใด

(1)  $(-1, 5, 0)$ (2)  $(2, 4, -2)$ (3)  $(5, 3, -4)$ (4)  $(8, 2, -6)$ (5)  $(11, 1, -8)$ 34. เวกเตอร์ใดตั้งฉากกับเส้นตรง  $L_1$  และเส้นตรง  $L_2$ (1)  $\langle 3, 1, -5 \rangle$ (2)  $\langle 3, -1, -5 \rangle$ (3)  $\langle 3, -1, 5 \rangle$ (4)  $\langle -3, -1, 5 \rangle$ (5)  $\langle -3, -1, -5 \rangle$ 35. จุดใดไม่อยู่บนระนาบที่มีทั้งเส้นตรง  $L_1$  และ  $L_2$  เป็นส่วนประกอบ(1)  $(7, -1, -6)$ (2)  $(7, 9, -4)$ (3)  $(2, 5, -3)$ (4)  $(2, 4, -2)$ (5)  $(-3, -6, -1)$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

36. จุดใดเป็นจุดตัดระหว่างระนาบ  $5x + y + z = 4$  และเส้นตรง  $x = 3 - t, y = 1 - t, z = -2 + t$ 

- (1)  $(1, 1, -2)$
- (2)  $(1, -1, 0)$
- (3)  $(2, -2, -4)$
- (4)  $(-1, 6, 3)$
- (5)  $(-1, 3, 6)$

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 37-38**

พิจารณาจุด  $P_1(5, 2, 0)$ ,  $P_2(5, 3, 2)$  และ  $P_3(3, 2, 6)$ 37. จงหาระนาบที่ผ่านจุด  $P_1$ ,  $P_2$  และ  $P_3$ 

- (1)  $6x - 4y + 2z + 22 = 0$
- (2)  $6x - 4y + 2z = 22$
- (3)  $6x + 4y - 2z = 22$
- (4)  $6x + 4y - 2z + 22 = 0$
- (5)  $3x - 2y + z = 22$

38. พื้นที่ของสามเหลี่ยมที่มีจุด  $P_1$ ,  $P_2$  และ  $P_3$  เป็นจุดมุมคือ

- (1)  $\sqrt{11}$  ตารางหน่วย
- (2)  $\sqrt{12}$  ตารางหน่วย
- (3)  $\sqrt{13}$  ตารางหน่วย
- (4)  $\sqrt{14}$  ตารางหน่วย
- (5)  $\sqrt{15}$  ตารางหน่วย





ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 39-40**ให้ระนาบ  $P$  เป็นไปตามสมการ  $P: 4x + 2z = 8$ 39. เส้นตรงใดตั้งฉากกับระนาบ  $P$ 

(1)  $L_1: x = 4 - t, y = 1 + 2t, z = 2 + 2t$

(2)  $L_2: x = 4t, y = 1, z = 1 + 2t$

(3)  $L_3: x = 4 + t, y = 1 + t, z = 2 + t$

(4)  $L_4: x = 1 + 4t, y = 1 + t, z = 1 + 2t$

(5)  $L_5: x = 1 - 4t, y = -1 + t, z = 1 - 2t$

40. เส้นตรงใดขนานกับระนาบ  $P$ 

(1)  $L_1: x = 4 - t, y = 1 + 2t, z = 2 + 2t$

(2)  $L_2: x = 4t, y = 1, z = 1 + 2t$

(3)  $L_3: x = 4 + t, y = 1 + t, z = 2 + t$

(4)  $L_4: x = 1 + 4t, y = 1 + t, z = 1 + 2t$

(5)  $L_5: x = 1 - 4t, y = -1 + t, z = 1 - 2t$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันตหนูช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 41-42**ถ้าทราบว่าเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคหนึ่งที่กำลังเคลื่อนที่มีค่าเป็น  $i + (\cos 2t)j + (\sin 2t)k$ 41. ข้อใดเป็นค่าของอัตราเร็วของอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่นั้น

- (1) 2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 5
- (5) 6

42. ข้อใดเป็นค่าของอัตราเร่งของอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่นั้น

- (1) 2
- (2) 3
- (3) 4
- (4) 5
- (5) 6



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 43-44**ให้  $r(t) = \ln(t)\mathbf{i} + \frac{1}{t}\mathbf{j} + e^{1-t}\mathbf{k}$  เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่ เมื่อ  $t > 0$ 43. ความเร็วของอนุภาค ณ  $t=1$  คือข้อใด

- (1)  $\mathbf{j} + \mathbf{k}$
- (2)  $\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$
- (3)  $\mathbf{i} + \mathbf{j} - \mathbf{k}$
- (4)  $\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$
- (5)  $-\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$

44. ความเร่งของอนุภาค ณ  $t=1$  คือข้อใด

- (1)  $\mathbf{j} - \mathbf{k}$
- (2)  $-\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$
- (3)  $-\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$
- (4)  $-\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$
- (5)  $-\mathbf{i} - \mathbf{j} - \mathbf{k}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

45. ค่าของ  $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (\pi/4, \pi/4) \\ \sin x + \cos y \neq 0}} \frac{\sin^3 x + \cos^3 y}{\sin x + \cos y}$  คือข้อใด

- (1) 0
- (2)  $\frac{1}{2}$
- (3) 1
- (4)  $\frac{3}{2}$
- (5) ไม่นิยามค่าลิมิต

46. ค่าของ  $f_{yyxy}$  ณ  $(1, 1)$  เมื่อ  $f(x, y) = e^{yx}$  คือข้อใด

- (1)  $e$
- (2)  $2e$
- (3)  $3e$
- (4)  $4e$
- (5)  $5e$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 47-49

กำหนดให้  $z = x^2 y + 2 \frac{y}{x}$

47. ค่าของ  $\left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า  $x = \cos t, y = \sin t$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

48. ค่าของ  $\left. \frac{\partial z}{\partial r} \right|_{(r,s)=(1,1)}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า  $x = rs, y = \frac{s}{r}$

- (1) -3
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 3

49. ค่าของ  $\left. \frac{\partial z}{\partial s} \right|_{(r,s)=(1,1)}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า  $x = rs, y = \frac{s}{r}$

- (1) -3
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 3



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 50-51**กำหนดให้  $xy = x^2 + y^2$ 50. จงหาค่า  $\frac{dy}{dx}$  ณ จุด (1,1)

(1) -2

(2) -1

(3) 0

(4) 1

(5) 2

51. จงหาค่า  $\frac{dy}{dx}$  ณ จุด (1,-1)

(1) -2

(2) -1

(3) 0

(4) 1

(5) 2



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 52-54**กำหนดให้  $f(x, y, z) = e^x \cos z - \sin y$ 52. ค่าเกรเดียน (gradient) ของ  $f(x, y, z)$  ณ จุด  $(\ln 2, 0, 0)$  คือข้อใด

(1)  $\langle \ln 2, 1, 0 \rangle$

(2)  $\langle \ln 2, -1, 0 \rangle$

(3)  $\langle 2, -1, 0 \rangle$

(4)  $\langle 0, -1, 2 \rangle$

(5)  $\langle 1, \ln 2, 1 \rangle$

53. ค่าของอนุพันธ์ของ  $f(x, y, z)$  ณ จุด  $(\ln 2, 0, 0)$  ในทิศทางของเวกเตอร์  $\langle 1, 1, 1 \rangle$  คือข้อใด

(1) 1

(2)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(3)  $\sqrt{2}$

(4)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(5)  $\sqrt{3}$

54. สมการระนาบซึ่งสัมผัสผิวโค้ง  $f(x, y, z) = 0$  ณ จุด  $(\ln 2, 0, 0)$  คือ ข้อใด

(1)  $(\ln 2)x - y = (\ln 2)^2$

(2)  $x + \ln 2y + z = \ln 2$

(3)  $2z - y = 0$

(4)  $2x - y = \ln 4$

(5)  $2x - y = \ln 2$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันตหนูช

55. จงหาอนุพันธ์ของ  $f(x, y) = \ln(xy)$  ณ  $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$  ในทิศทางของเวกเตอร์  $\sqrt{2}\mathbf{i} + \sqrt{2}\mathbf{j}$ 

(1) -2

(2) -1

(3) 0

(4) 1

(5) 2

56. จงหาอนุพันธ์ของ  $f(x, y, z) = xyz$  ณ  $(\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3})$  ในทิศทางของเวกเตอร์  $\sqrt{3}\mathbf{i} + \sqrt{3}\mathbf{j} + \sqrt{3}\mathbf{k}$ (1)  $\sqrt{3}$ (2)  $2\sqrt{3}$ (3)  $3\sqrt{3}$ (4)  $6\sqrt{3}$ (5)  $9\sqrt{3}$





ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 57-60**กำหนดให้  $f(x, y) = 6xy - x^3 - 24x - y^2$ 57. ข้อใดเป็นจุดวิกฤตของฟังก์ชัน  $f(x, y)$ (1)  $(-2, 6)$  และ  $(-4, 12)$ (2)  $(-2, 6)$  และ  $(4, -12)$ (3)  $(-2, 6)$  และ  $(4, 12)$ (4)  $(2, 6)$  และ  $(4, -12)$ (5)  $(2, 6)$  และ  $(4, 12)$ 58. ผลรวมของค่า  $f_{xx}$  ซึ่งเป็นค่าอนุพันธ์ย่อยอันดับที่ 2 เทียบกับตัวแปร  $x$  ของฟังก์ชัน  $f(x, y)$  เมื่อพิจารณาที่จุดวิกฤตทั้งสองในข้อ 57. มีค่าเท่ากับเท่าใด

(1) -36

(2) -12

(3) 0

(4) 12

(5) 36



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันตหนูช

59. ผลรวมของค่า  $D$  ซึ่งเป็นค่าดิสคริมีแนนต์ (discriminant)  $f(x, y)$  ที่ใช้สำหรับการพิจารณาจุดวิกฤตทั้งสองในข้อ 57. ว่าเป็นจุดชนิดใด มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) -36
- (2) -12
- (3) 0
- (4) 12
- (5) 36

60. จุดวิกฤตทั้งสองในข้อ 57. เป็นจุดชนิดใด

- (1) จุดสูงสุดสัมพัทธ์ และ จุดต่ำสุดสัมพัทธ์
- (2) จุดสูงสุดสัมพัทธ์ทั้งคู่
- (3) จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ทั้งคู่
- (4) จุดสูงสุดสัมพัทธ์ และ จุดอานม้า
- (5) จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ และ จุดอานม้า