



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี  
ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 3/2551

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

สอบวันพุธ ที่ 8 เดือน เมษายน พ.ศ 2552

เวลา 09.00-12.00 น.

ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

คำชี้แจง :

1. ข้อสอบเป็นข้อสอบปรนัยมีจำนวน 26 หน้า (รวมปก) 60 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวม 60 คะแนน
2. ข้อสอบปรนัยแต่ละข้อจะมีตัวเลือก 5 ตัวเลือก จงเลือกตัวเลือกที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียวเพื่อระบายลงในกระดาษคำตอบ การระบายคำตอบมากกว่า 1 คำตอบในข้อนั้นจะถือว่า ข้อนั้นตอบไม่ถูกต้อง
3. ดินสอที่จะใช้ระบายต้องเป็นดินสอที่มีระดับความเข้มเทียบเท่าหรือมากกว่า 2B
4. นักศึกษาสามารถทดลองในข้อสอบได้
5. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ - สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ ลงในข้อสอบหน้าแรก พร้อมทั้งเขียนชื่อ - สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ พร้อมทั้งระบายรหัสนักศึกษาและวิชา ลงในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย
6. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารและเครื่องคำนวณใดๆ เข้าห้องสอบนอกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
7. ห้ามนักศึกษานำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต



1. จงหาค่า  $\frac{d}{dx} [\sec^{-1}(x)]_{x=\sqrt{2}}$
- (1)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$
- (2)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (3) 1
- (4)  $\sqrt{2}$
- (5)  $\sqrt{3}$ .

2. ค่าของปริพันธ์  $\int \sec \frac{x}{2} dx$  เท่ากับเท่าใด
- (1)  $\ln \left| \sec \frac{x}{2} + \tan \frac{x}{2} \right| + c$
- (2)  $\left( \sec \frac{x}{2} \right) \left( \tan \frac{x}{2} \right) + c$
- (3)  $2 \ln \left| \sec \frac{x}{2} + \tan \frac{x}{2} \right| + c$
- (4)  $2 \left( \sec \frac{x}{2} \right) \left( \tan \frac{x}{2} \right) + c$
- (5)  $\frac{1}{2} \ln \left| \sec \frac{x}{2} + \tan \frac{x}{2} \right| + c$

หมายเหตุ  $c$  เป็นค่าคงตัวใดๆ

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 3-4

พิจารณาการหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

3. เพื่อให้การหาค่าปริพันธ์  $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$  โดยการใช้วิธีการแทนค่าด้วยฟังก์ชัน

ตรีโกณมิติเป็นไปได้ง่ายตาย ควรจะสมมติให้  $x$  มีค่าเท่าใด

- (1)  $\tan z$
- (2)  $\tan^{-1} z$
- (3)  $\sin z$
- (4)  $\sin^{-1} z$
- (5)  $\sec z$

4. ค่าปริพันธ์  $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$  มีค่าเท่าใด

- (1) 0
- (2)  $\frac{\pi}{4}$
- (3)  $\frac{\pi}{2}$
- (4)  $\pi$
- (5) 1



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

5. ค่าปริพันธ์  $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 1} dx$  มีค่าเท่าใด

- (1)  $-\frac{1}{x+1} + c$   
(2)  $\frac{1}{x+1} + c$   
(3)  $\ln|x+1| + c$   
(4)  $\tan^{-1}(x+1) + c$   
(5)  $-\frac{1}{x} + 2\ln x + x + c$

หมายเหตุ  $c$  เป็นค่าคงตัวใดๆ

6. ค่าปริพันธ์  $\int \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$  มีค่าเท่าใด

- (1)  $-\frac{1}{x+1} + c$   
(2)  $\frac{1}{x+1} + c$   
(3)  $\ln|x+1| + c$   
(4)  $\tan^{-1}(x+1) + c$   
(5)  $-\frac{1}{x} + 2\ln x + x + c$

หมายเหตุ  $c$  เป็นค่าคงตัวใดๆ



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

7. ค่าปริพันธ์  $\int \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx$  มีค่าเท่าใด

- (1)  $\frac{1}{x-3} + c$
- (2)  $-\frac{1}{x-3} + c$
- (3)  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + c$
- (4)  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+3}{x-1} \right| + c$
- (5)  $\tan^{-1}(x-3) + c$

หมายเหตุ  $c$  เป็นค่าคงตัวใดๆ

8. ค่าปริพันธ์  $\int \frac{1}{x^2 - 2x - 3} dx$  มีค่าเท่าใด

- (1)  $\frac{1}{x-3} + c$
- (2)  $-\frac{1}{x-3} + c$
- (3)  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+1}{x-3} \right| + c$
- (4)  $\frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-3}{x+1} \right| + c$
- (5)  $\tan^{-1}(x-3) + c$

หมายเหตุ  $c$  เป็นค่าคงตัวใดๆ



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

9. ค่าของอนุพันธ์ของ  $x \operatorname{sech} x$  เทียบกับตัวแปร  $x$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1)  $\operatorname{sech} x \tanh x$
- (2)  $\operatorname{sech}^2 x$
- (3)  $-\operatorname{sech} x \tanh x$
- (4)  $-\operatorname{sech}^2 x$
- (5)  $\operatorname{sech} x - x \operatorname{sech} x \tanh x$

10. ค่าของ  $\int_0^2 \tan(\tan^{-1} x) dx$  เท่ากับเท่าใด

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้เพื่อตอบคำถามข้อ 11 – 12

พิจารณาสมการทรงกลม

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2\sqrt{5}x + 2y - 4\sqrt{3}z + 16 = 0$$

11. ทรงกลมดังกล่าวมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดใด

- (1)  $(\sqrt{5}, -1, 2\sqrt{3})$
- (2)  $(-\sqrt{5}, -1, 2\sqrt{3})$
- (3)  $(\sqrt{5}, -1, -2\sqrt{3})$
- (4)  $(\sqrt{5}, 1, -2\sqrt{3})$
- (5)  $(-\sqrt{5}, 1, 2\sqrt{3})$

12. ทรงกลมดังกล่าวมีรัศมีเท่าใด

- (1)  $\frac{1}{2}$
- (2) 1
- (3)  $\sqrt{2}$
- (4) 2
- (5) 4

13. ระยะทางระหว่างจุด  $(-1 + \sqrt{5}, 1 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{2})$  และจุด  $(\sqrt{5}, \sqrt{3}, 2)$  คือข้อใด

- (1)  $\sqrt{3}$
- (2) 2
- (3)  $2 + \sqrt{3}$
- (4) 4
- (5)  $\sqrt{15}$



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 14 – 15

กำหนดให้

$$2 \langle x, y, -1 \rangle - 3 \langle y, 2, x + y \rangle = \langle 0, -y, 1 - 6x \rangle$$

14. ค่าของ  $x + y$  จะเท่ากับข้อใด

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

15. ค่าของ  $x - y$  จะเท่ากับข้อใด

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

16. กำหนดให้  $u = \langle a, b, a + b \rangle$  และ  $v = \langle b, a, a - b \rangle$  จงหาขนาดของเวกเตอร์  $u - v$

- (1)  $\sqrt{2a^2 - 4b^2}$
- (2)  $\sqrt{2a^2 - 6b^2}$
- (3)  $\sqrt{6a^2 - 4ab + 2b^2}$
- (4)  $\sqrt{2a - 2\sqrt{ab} + \sqrt{6b}}$
- (5)  $\sqrt{2a^2 - 4ab + 6b^2}$





17. ข้อใดเป็นเวกเตอร์ซึ่งตั้งฉากกับเวกเตอร์  $\langle \cos \sqrt{3}, \sin \sqrt{3}, 1 \rangle$  และมีขนาด 1 หน่วย

(1)  $\langle \sin \sqrt{3}, -\cos \sqrt{3}, 1 \rangle$

(2)  $\left\langle \frac{\sin \sqrt{3}}{2}, \frac{-\cos \sqrt{3}}{2}, 0 \right\rangle$

(3)  $\left\langle \frac{\cos \sqrt{3}}{\sqrt{2}}, \frac{\sin \sqrt{3}}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$

(4)  $\left\langle \frac{\cos \sqrt{3}}{\sqrt{2}}, \frac{\sin \sqrt{3}}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$

(5)  $\left\langle \frac{\cos \sqrt{3}}{2}, \frac{\sin \sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$

18. กำหนดให้เวกเตอร์  $u$  และเวกเตอร์  $v$  ไม่ขนานกันและไม่เป็นเวกเตอร์  $\vec{0}$  ทั้งสองเวกเตอร์

ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

(1)  $u \cdot (v \times u) = 0$

(2)  $(u \times v) \times (v \times u) = \vec{0}$

(3)  $(u \times v) \cdot (u \times v) = 0$

(4)  $v \cdot (u \times u) = 0$

(5)  $(u \times u) \times (v \times v) = \vec{0}$

19. กำหนดให้  $u \cdot (v \times w) = 15$  ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

(1)  $w \cdot (v \times u) = -15$

(2)  $w \cdot (u \times v) = -15$

(3)  $u \cdot (w \times v) = -15$

(4)  $v \cdot (w \times u) = 15$

(5)  $v \cdot (u \times w) = -15$

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 20 – 21**กำหนดให้  $u = \langle 0, -4, 3 \rangle$  และ  $v = \langle -2, -1, 2 \rangle$ 20. จงหาเวกเตอร์ภาพฉายของเวกเตอร์  $u$  บนเวกเตอร์  $v$  ( $\text{proj}_v u$ )

- (1)  $\langle 0, -\frac{8}{5}, \frac{3}{25} \rangle$
- (2)  $\langle 0, -\frac{40}{9}, \frac{1}{3} \rangle$
- (3)  $\langle -\frac{20}{9}, -\frac{10}{9}, \frac{20}{9} \rangle$
- (4)  $\langle -\frac{4}{5}, -\frac{2}{5}, \frac{4}{5} \rangle$
- (5)  $\langle -\frac{4}{25}, -\frac{2}{25}, \frac{4}{25} \rangle$

21. จงหาเวกเตอร์ส่วนประกอบของเวกเตอร์  $u$  ซึ่งตั้งฉากกับเวกเตอร์  $v$ 

- (1)  $\langle \frac{4}{25}, \frac{2}{25}, -\frac{4}{25} \rangle$
- (2)  $\langle \frac{4}{25}, -\frac{98}{25}, \frac{71}{25} \rangle$
- (3)  $\langle -\frac{4}{25}, \frac{98}{25}, -\frac{71}{25} \rangle$
- (4)  $\langle \frac{20}{9}, -\frac{26}{9}, \frac{7}{9} \rangle$
- (5)  $\langle -\frac{20}{9}, \frac{26}{9}, -\frac{7}{9} \rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

22. กำหนดให้  $|u|=2$  และ  $|v|=4$  ถ้าเวกเตอร์  $u$  และเวกเตอร์  $v$  ทำมุมกัน  $\frac{\pi}{6}$  Rad

ค่าของ  $|u \times v|$  เท่ากับเท่าใด

- (1) 8
- (2) 4
- (3)  $4\sqrt{2}$
- (4)  $4\sqrt{3}$
- (5)  $\frac{4}{\sqrt{3}}$

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 23-24**

จงหาปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนานซึ่งมีเวกเตอร์  $\langle 2, 0, 1 \rangle$ ,  $\langle -1, 6, 3 \rangle$  และ  $u$  เป็นส่วนประกอบ

23. เมื่อ  $u = \langle 4, 4, 2 \rangle$  ปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนาน มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 28 ลูกบาศก์หน่วย
- (2) 34 ลูกบาศก์หน่วย
- (3) 42 ลูกบาศก์หน่วย
- (4) 64 ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 82 ลูกบาศก์หน่วย

24. เมื่อ  $u = \langle 5, 4, 2 \rangle$  ปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนาน มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 28 ลูกบาศก์หน่วย
- (2) 34 ลูกบาศก์หน่วย
- (3) 42 ลูกบาศก์หน่วย
- (4) 64 ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 82 ลูกบาศก์หน่วย



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันตหนูช

25. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(3,1,-2)$  และ ขนานกับเวกเตอร์  $\langle 2,1,3 \rangle$ 

- (1)  $x = 3 + 2t, y = 1 - t, z = -2 + 3t$
- (2)  $x = 2 + 3t, y = -1 + t, z = 3 - 2t$
- (3)  $x = 3 + 2t, y = 1 + t, z = -2 + 3t$
- (4)  $x = 2 + 3t, y = -1 - t, z = 3 - 2t$
- (5)  $x = 3 - 2t, y = 1 + t, z = -2 + 3t$

26. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(3,-1,2)$  และ ขนานกับเส้นตรง

$$x = \sqrt{2} - 5t, y = \pi + 2t, z = e - 7t$$

- (1)  $x = 3 - 5t, y = 1 - 2t, z = 2 + 7t$
- (2)  $x = 3 + 5t, y = 1 - 2t, z = 2 - 7t$
- (3)  $x = 3 + 5t, y = 1 - 2t, z = 2 + 7t$
- (4)  $x = -3 - 5t, y = -1 + 2t, z = -2 - 7t$
- (5)  $x = 3 - 5t, y = -1 + 2t, z = 2 - 7t$

27. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(2,-1,3)$  และ จุด  $(1,2,3)$ 

- (1)  $x = 1 - t, y = 2 + 3t, z = 3$
- (2)  $x = 2 - t, y = -1 - 3t, z = 3$
- (3)  $x = 2 + t, y = -1 + 3t, z = 3$
- (4)  $x = 1 + t, y = 2 + 2t, z = 0$
- (5)  $x = 2 + t, y = 1 + 2t, z = 0$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทะนุช

28. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(1,2,3)$  และขนานกับแกน  $y$ 

- (1)  $x = t, y = 2t, z = 3t$
- (2)  $x = 1+t, y = 2, z = 3$
- (3)  $x = 1, y = 2+t, z = 3$
- (4)  $x = 1, y = 2, z = 3+t$
- (5)  $x = 1+t, y = 2+t, z = 3+t$

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 29-30**ให้เส้นตรง  $L_1$  เป็นไปตามสมการ  $L_1 : x = 4+t, y = 2+t, z = -2-2t$ ให้เส้นตรง  $L_2$  เป็นไปตามสมการ  $L_2 : x = 3+t, y = -1-t, z = -2t$ 

29. จุดตัดระหว่างเส้นตรงทั้งสองคือจุดใด

- (1)  $(-1, 3, 6)$
- (2)  $(3, 1, 2)$
- (3)  $(2, 0, 2)$
- (4)  $(7, -1, -2)$
- (5)  $(7, -1, 1)$

30. เวกเตอร์ใดตั้งฉากกับเส้นตรง  $L_1$  และเส้นตรง  $L_2$ 

- (1)  $\langle 0, 1, 2 \rangle$
- (2)  $\langle 0, 2, 1 \rangle$
- (3)  $\langle 2, 1, 0 \rangle$
- (4)  $\langle 2, 0, 1 \rangle$
- (5)  $\langle 1, 2, 0 \rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันตหนูช

31. จงหาสมการของระนาบซึ่งผ่านจุด  $(1,3,2)$  และมีเวกเตอร์  $\langle -3,6,1 \rangle$  เป็นเวกเตอร์แนวฉาก

(1)  $3x+6y+z+17=0$

(2)  $3x-6y-z=17$

(3)  $3x+6y-z+17=0$

(4)  $3x+6y+z=17$

(5)  $3x-6y-z+17=0$

32. จงหาสมการของระนาบซึ่งผ่านจุด  $(2,1,-3)$  และตั้งฉากกับเส้นตรง  $x=5+t, y=2, z=t$ 

(1)  $x+2y=4$

(2)  $x+z+1=0$

(3)  $x+2y+z=1$

(4)  $2x+y-3z=7$

(5)  $2x+y-3z+7=0$

33. จุดใดไม่อยู่บนระนาบ  $z+y-2x=14$ 

(1)  $(0,7,7)$

(2)  $(1,7,8)$

(3)  $(-1,7,5)$

(4)  $(1,9,7)$

(5)  $(-7,0,0)$

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 34-36**พิจารณาจุด  $P_1(5, 2, 0)$ ,  $P_2(1, 3, 2)$  และ  $P_3(3, -1, 6)$ 34. จงหาระนาบที่ผ่านจุด  $P_1$ ,  $P_2$  และ  $P_3$ 

- (1)  $6x + 10y + 7z = 50$
- (2)  $6x + 10y + 7z + 50 = 0$
- (3)  $6x + 10y + 7z = 100$
- (4)  $6x + 10y + 7z + 100 = 0$
- (5)  $12x + 20y + 14z = 50$

35. เวกเตอร์ใดต่อไปนี้ขนานกับระนาบดังกล่าว

- (1)  $\langle 5, 1, -5 \rangle$
- (2)  $\langle 10, 1, -10 \rangle$
- (3)  $\langle -5, 1, 5 \rangle$
- (4)  $\langle -10, 1, 10 \rangle$
- (5)  $\langle 5, 1, 5 \rangle$

36. พื้นที่ของสามเหลี่ยมที่มีจุด  $P_1$ ,  $P_2$  และ  $P_3$  เป็นจุดมุมคือ

- (1)  $\sqrt{181}$  ตารางหน่วย
- (2)  $\sqrt{182}$  ตารางหน่วย
- (3)  $\sqrt{183}$  ตารางหน่วย
- (4)  $\sqrt{184}$  ตารางหน่วย
- (5)  $\sqrt{185}$  ตารางหน่วย



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

37. จุดใดเป็นจุดตัดระหว่างระนาบ  $3x + 3y - z + 7 = 0$  และเส้นตรง  $x = 3 - t, y = -1 + t, z = 4 - 3t$ 

- (1)  $(-1, -1, 1)$
- (2)  $(1, -2, 4)$
- (3)  $(5, -2, 16)$
- (4)  $(5, -5, 7)$
- (5)  $(6, -4, 13)$

38. จุดใดเป็นจุดตัดระหว่างระนาบ  $xz$  และเส้นตรง  $L: x = 3 + 2t, y = 3 + t, z = 1 + 2t$ 

- (1)  $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -2)$
- (2)  $(0, \frac{3}{2}, -2)$
- (3)  $(0, -\frac{3}{2}, -2)$
- (4)  $(-3, 0, -5)$
- (5)  $(2, \frac{5}{2}, 0)$

39. จุดใดเป็นจุดตัดระหว่างเส้นตรง  $L: x = 3 + t, y = 3 + t, z = 3 + 2t$  และแกน  $z$ 

- (1)  $(-3, 0, 0)$
- (2)  $(0, -3, 0)$
- (3)  $(0, 0, -3)$
- (4)  $(0, 0, 3)$
- (5)  $(0, 3, 0)$





ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันตหนูช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 40-41**ให้เส้นตรง  $L_1$  เป็นไปตามสมการ  $L_1 : x = 1 + 2t, y = 3t, z = 2 - t$ ให้เส้นตรง  $L_2$  เป็นไปตามสมการ  $L_2 : x = -1 + t, y = 2 + t, z = 8 - t$ 

40. จุดตัดระหว่างเส้นตรงทั้งสองคือจุดใด

- (1) (9, 12, -2)
- (2) (11, 15, -3)
- (3) (13, 18, -4)
- (4) (15, 21, -5)
- (5) (17, 24, -6)

41. เส้นตรงทั้งสองอยู่บนระนาบใด

- (1)  $2x - y - z = 4$
- (2)  $2x - y + z = 4$
- (3)  $2x + y - z = 4$
- (4)  $2x + y - z + 4 = 0$
- (5)  $2x + y + z = 4$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 42-43ให้ระนาบ  $P$  เป็นไปตามสมการ  $P: 4x + y + 2z = 8$ 42. เส้นตรงใดตั้งฉากกับระนาบ  $P$ 

(1)  $L_1: x = 4 - t, y = 1 + 2t, z = 2 + t$

(2)  $L_2: x = 4t, y = 1, z = 1 + 2t$

(3)  $L_3: x = 4 + t, y = 1 + t, z = 2 + t$

(4)  $L_4: x = 1 + 4t, y = 1 + t, z = 1 + 2t$

(5)  $L_5: x = 1 - 4t, y = -1 + t, z = 1 - 2t$

43. เส้นตรงใดขนานกับระนาบ  $P$ 

(1)  $L_1: x = 4 - t, y = 1 + 2t, z = 2 + t$

(2)  $L_2: x = 4t, y = 1, z = 1 + 2t$

(3)  $L_3: x = 4 + t, y = 1 + t, z = 2 + t$

(4)  $L_4: x = 1 + 4t, y = 1 + t, z = 1 + 2t$

(5)  $L_5: x = 1 - 4t, y = -1 + t, z = 1 - 2t$



44. ให้  $r(t) = \frac{1}{\sqrt{1+2e^{2t}}}i + \frac{e^t}{\sqrt{1+2e^{2t}}}j - \frac{e^t}{\sqrt{1+2e^{2t}}}k$  เวกเตอร์ใดตั้งฉากกับเวกเตอร์  $\frac{d}{dt}[r(t)]$

(1)  $s(t) = \frac{1}{\sqrt{1+2e^{2t}}}i - \frac{e^t}{\sqrt{1+2e^{2t}}}j + \frac{e^t}{\sqrt{1+2e^{2t}}}k$

(2)  $s(t) = \frac{1}{\sqrt{1-e^{2t}}}i + \frac{e^t}{\sqrt{1-e^{2t}}}j - \frac{e^t}{\sqrt{1-e^{2t}}}k$

(3)  $s(t) = \frac{1}{\sqrt{1+e^{2t}}}i + \frac{e^t}{\sqrt{1+e^{2t}}}j - \frac{e^t}{\sqrt{1+e^{2t}}}k$

(4)  $s(t) = \frac{1}{\sqrt{1+2e^{2t}}}i + \frac{e^t}{\sqrt{1+2e^{2t}}}j - \frac{e^t}{\sqrt{1+2e^{2t}}}k$

(5)  $s(t) = \frac{1}{\sqrt{1-2e^{2t}}}i + \frac{e^t}{\sqrt{1-2e^{2t}}}j - \frac{e^t}{\sqrt{1-2e^{2t}}}k$

45. ถ้าทราบว่เวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคหนึ่งที่กำลังเคลื่อนที่มีค่าเป็น  $i - (\cos 2t)j - (\sin 2t)k$  ข้อใดเป็นเวกเตอร์ความเร่งของอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่นั้น

(1)  $(\sin 2t)j + (\cos 2t)k$

(2)  $2(\sin 2t)j + 2(\cos 2t)k$

(3)  $(\cos 2t)j + (\sin 2t)k$

(4)  $4(\cos 2t)j + 4(\sin 2t)k$

(5)  $\frac{t^2}{2}i + \frac{(\cos 2t)}{4}j + \frac{(\sin 2t)}{4}k$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 46-47**ให้  $r(t) = \ln(t)\mathbf{i} + \frac{1}{t}\mathbf{j} + e^{1-t}\mathbf{k}$  เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่เมื่อ  $t > 0$ 46. อัตราเร็วของอนุภาค ณ  $t=1$  คือข้อใด

- (1) 1
- (2)  $\sqrt{2}$
- (3)  $\sqrt{3}$
- (4)  $\sqrt{5}$
- (5)  $\sqrt{6}$

47. อัตราเร่งของอนุภาค ณ  $t=1$  คือข้อใด

- (1) 1
- (2)  $\sqrt{2}$
- (3)  $\sqrt{3}$
- (4)  $\sqrt{5}$
- (5)  $\sqrt{6}$



48. ค่าของ  $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (1,1) \\ x \neq y}} \frac{x^3 - y^3}{x - y}$  คือข้อใด

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

49. ค่าของ  $f_{xy}$  ณ  $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6})$  เมื่อ  $f(x, y) = \cos^2 x + 2 \cos x \sin y + \sin^2 y$  คือข้อใด

- (1)  $-\frac{3}{2}$
- (2)  $-\frac{1}{2}$
- (3) -1
- (4)  $\frac{1}{2}$
- (5)  $\frac{3}{2}$



**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้หาคำถามข้อ 50-52**

กำหนดให้  $z = 2x^3y + 3xy^2$

50. ค่าของ  $\left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า  $x = \cos t, y = \sin t$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

51. ค่าของ  $\left. \frac{\partial z}{\partial r} \right|_{(r,s)=(1,0)}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า  $x = re^s, y = se^r$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5)  $2e$

52. ค่าของ  $\left. \frac{\partial z}{\partial s} \right|_{(r,s)=(1,0)}$  มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า  $x = re^s, y = se^r$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5)  $2e$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

53. จงหาค่า  $\frac{dy}{dx}$  ณ จุด (0,0) ถ้า  $ye^x + 2xy = xe^y + 2y$

(1) -1

(2)  $-\frac{1}{2}$

(3)  $\frac{1}{2}$

(4) 1

(5) 2

54. จงหาอนุพันธ์ของ  $f(x, y) = \ln(xy)$  ณ  $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$  ในทิศทางของเวกเตอร์  $\sqrt{2}i - \sqrt{2}j$

(1) -2

(2)  $-\sqrt{2}$

(3) 0

(4) 2

(5)  $\sqrt{2}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 55-56**กำหนดให้  $f(x, y, z) = e^z \cos y - z \sin x$ 55. ค่าเกรเดียน (gradient) ของ  $f(x, y, z)$  ณ จุด  $(0, 0, 0)$  คือข้อใด

- (1)  $\langle 1, 1, 1 \rangle$
- (2)  $\langle 1, 0, 0 \rangle$
- (3)  $\langle 0, 1, 0 \rangle$
- (4)  $\langle 0, 0, 1 \rangle$
- (5)  $\langle 1, 0, 1 \rangle$

56. สมการระนาบซึ่งสัมผัสผิวโค้ง  $f(x, y, z) = 0$  ณ จุด  $(0, 0, 0)$  คือ ข้อใด

- (1)  $x = 0$
- (2)  $y = 0$
- (3)  $z = 0$
- (4)  $x + z = 0$
- (5)  $x + y + z = 0$





ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

**จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 57-60**กำหนดให้  $f(x, y) = 2x^3 + 6xy - 24x + y^2$ 57. ข้อใดเป็นจุดวิกฤตของฟังก์ชัน  $f(x, y)$ (1)  $(-1, 3)$  และ  $(-4, 12)$ (2)  $(-1, 3)$  และ  $(4, -12)$ (3)  $(-1, 3)$  และ  $(4, 12)$ (4)  $(1, 3)$  และ  $(4, -12)$ (5)  $(1, 3)$  และ  $(4, 12)$ 58. ผลรวมของค่า  $f_{xx}$  ซึ่งเป็นค่าอนุพันธ์ย่อยอันดับที่ 2 เทียบกับตัวแปร  $x$  ของฟังก์ชัน  $f(x, y)$  เมื่อพิจารณาที่จุดวิกฤตทั้งสองในข้อ 57. มีค่าเท่ากับเท่าใด

(1) 0

(2) 12

(3) 24

(4) 36

(5) 60



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

59. ผลรวมของค่า  $D$  ซึ่งเป็นค่าดิสคริมิแนนต์ (discriminant)  $f(x, y)$  ที่ใช้สำหรับการพิจารณาจุดวิกฤตทั้งสองในข้อ 57. ว่าเป็นจุดชนิดใด มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 0
- (2) 12
- (3) 24
- (4) 36
- (5) 60

60. จุดวิกฤตทั้งสองในข้อ 57. เป็นจุดชนิดใด

- (1) จุดสูงสุดสัมพัทธ์ และ จุดต่ำสุดสัมพัทธ์
- (2) จุดสูงสุดสัมพัทธ์ทั้งคู่
- (3) จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ทั้งคู่
- (4) จุดสูงสุดสัมพัทธ์ และ จุดอานม้า
- (5) จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ และ จุดอานม้า