



มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ข้อสอบประจำภาค ภาคการศึกษาที่ 2/2551

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

สอบวันจันทร์ ที่ 8 เดือน ธันวาคม พ.ศ 2551

เวลา 09.00-12.00 น.

ชื่อ – สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

คำชี้แจง :

1. ข้อสอบมีจำนวน 25 หน้า 60 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน รวมคะแนนทั้งสิ้น 60 คะแนน
2. ข้อสอบแต่ละข้อจะมีตัวเลือก 5 ตัวเลือก จงเลือกตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวเพื่อระบายลงในกระดาษคำตอบ การระบายคำตอบมากกว่า 1 คำตอบในข้อนั้นจะถือว่า ข้อนั้นตอบไม่ถูกต้อง
3. ดินสอที่จะใช้ระบายต้องเป็นดินสอที่มีระดับความเข้มเทียบเท่าหรือมากกว่า 2B
4. นักศึกษาสามารถทดลงในข้อสอบได้
5. ให้นักศึกษาเขียน ชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ ลงในข้อสอบหน้าแรก พร้อมทั้งเขียนชื่อ – สกุล, เลขประจำตัว และ เลขที่นั่งสอบ พร้อมทั้งระบายรหัสนักศึกษาและวิชาลงในกระดาษคำตอบให้เรียบร้อย
6. **ไม่อนุญาต**ให้นำเอกสารและเครื่องคำนวณใดๆ เข้าห้องสอบนอกจากบัตรประจำตัวนักศึกษา
7. ห้ามนักศึกษานำข้อสอบออกจากห้องสอบโดยเด็ดขาด

ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้เพื่อตอบคำถามข้อ 1 - 2

พิจารณาสมการทรงกลม

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6\sqrt{2}x - 2\sqrt{3}y - z + 21 = 0$$

1. ทรงกลมดังกล่าวมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดใด

- (1) $(3\sqrt{2}, -\sqrt{3}, \frac{1}{2})$
- (2) $(-3\sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{1}{2})$
- (3) $(-3\sqrt{2}, -\sqrt{3}, \frac{1}{2})$
- (4) $(3\sqrt{2}, \sqrt{3}, -\frac{1}{2})$
- (5) $(3\sqrt{2}, -\sqrt{3}, -\frac{1}{2})$

2. ทรงกลมดังกล่าวมีรัศมีเท่าใด

- (1) $\frac{1}{2}$
- (2) 1
- (3) $\sqrt{2}$
- (4) $\sqrt{3}$
- (5) 2

3. ระยะทางระหว่างจุด $(1 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{2}, -1 + \sqrt{5})$ และจุด $(-2 + \sqrt{3}, 2, -1)$ คือข้อใด

- (1) $\sqrt{3}$
- (2) $2 + \sqrt{3}$
- (3) 4
- (4) $\sqrt{17}$
- (5) 6



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

4. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(2, -1, 5)$ และจุด $(6, 1, -5)$ คือจุดใด

- (1) $(5, 0, 1)$
- (2) $(6, -2, 0)$
- (3) $(4, 2, -10)$
- (4) $(4, 0, 0)$
- (5) $(3, -3, -2)$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ห้ตอบคำถามข้อ 5 – 6

กำหนดให้

$$3 < x, y, x + y > -2 < 3, x, -3 > = < -12, 7, y - x >$$

5. ค่าของ $x + y$ จะเท่ากับข้อใด

- (1) -3
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 3

6. ค่าของ $y - x$ จะเท่ากับข้อใด

- (1) -3
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 3



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

7. ถ้า $\overline{AB} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ และ A เป็นจุด $(-\frac{1}{4}, \frac{5}{2}, \frac{1}{3})$ แล้ว จุด B จะเป็นดังข้อใด

(1) $(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{-5}{3})$

(2) $(\frac{3}{4}, \frac{11}{2}, \frac{-5}{3})$

(3) $(\frac{5}{4}, \frac{11}{2}, \frac{-5}{3})$

(4) $(\frac{5}{4}, \frac{11}{2}, \frac{-7}{3})$

(5) $(\frac{5}{4}, \frac{1}{2}, \frac{-7}{3})$

8. กำหนดให้ $\mathbf{u} = \langle a, b, a+b \rangle$ และ $\mathbf{v} = \langle b, a, a-b \rangle$ จงหาขนาดของเวกเตอร์ $\mathbf{u} + \mathbf{v}$

(1) $\sqrt{4a^2 + 2b^2}$

(2) $\sqrt{6a^2 + 2b^2}$

(3) $\sqrt{6a^2 + 4ab + 2b^2}$

(4) $\sqrt{6a + 2\sqrt{ab} + \sqrt{2}b}$

(5) $\sqrt{4a^2 + 4ab + 4b^2}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 9 – 10

กำหนดให้ $u = \langle \cos 0.1, \sin 0.1, \sqrt{3} \rangle$

9. ข้อใดเป็นเวกเตอร์ซึ่งมีทิศทางตรงกันข้ามกับเวกเตอร์ u และมีขนาด 1 หน่วย

(1) $\left\langle -\frac{\cos 0.1}{2}, -\frac{\sin 0.1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \right\rangle$

(2) $\left\langle -\frac{\cos 0.1}{\sqrt{3}}, -\frac{\sin 0.1}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right\rangle$

(3) $\langle -\cos 0.1, -\sin 0.1, -\sqrt{3} \rangle$

(4) $\left\langle -\frac{\cos 0.1}{\sqrt{\cos 0.1 + \sin 0.1 + 3}}, -\frac{\sin 0.1}{\sqrt{\cos 0.1 + \sin 0.1 + 3}}, -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\cos 0.1 + \sin 0.1 + 3}} \right\rangle$

(5) $\langle \sin 0.1, \cos 0.1, -\sqrt{3} \rangle$

10. เวกเตอร์ใดต่อไปนี้ที่มีทิศทางเดียวกันกับเวกเตอร์ u

(1) $\langle \cos(-0.1), \sin(-0.1), -\sqrt{3} \rangle$

(2) $\langle \cos 1, \sin 1, \sqrt{30} \rangle$

(3) $\langle \cos 0.01, \sin 0.01, \sqrt{0.3} \rangle$

(4) $\langle 2\cos 0.1, 2\sin 0.1, \sqrt{12} \rangle$

(5) ถูกทุกข้อ



จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 11 – 13

กำหนดให้ $u = \langle 3, -4, 0 \rangle$ และ $v = \langle -2, -1, 2 \rangle$

11. จงหาเวกเตอร์ภาพฉายของเวกเตอร์ u บนเวกเตอร์ v ($\text{proj}_v u$)

(1) $\langle \frac{4}{25}, \frac{2}{25}, -\frac{4}{25} \rangle$

(2) $\langle -\frac{6}{25}, \frac{8}{25}, 0 \rangle$

(3) $\langle -\frac{6}{9}, \frac{8}{9}, 0 \rangle$

(4) $\langle \frac{4}{9}, \frac{2}{9}, -\frac{4}{9} \rangle$

(5) $\langle \frac{4}{25}, -\frac{2}{25}, \frac{4}{25} \rangle$

12. จงหาเวกเตอร์ส่วนประกอบของเวกเตอร์ u ซึ่งตั้งฉากกับเวกเตอร์ v

(1) $\langle \frac{4}{25}, \frac{2}{25}, -\frac{4}{25} \rangle$

(2) $\langle -\frac{6}{25}, \frac{8}{25}, 0 \rangle$

(3) $\langle -\frac{6}{9}, \frac{8}{9}, 0 \rangle$

(4) $\langle \frac{4}{9}, \frac{2}{9}, -\frac{4}{9} \rangle$

(5) $\langle \frac{23}{9}, -\frac{38}{9}, \frac{4}{9} \rangle$

13. จงหาเวกเตอร์ภาพฉายของเวกเตอร์ v บนเวกเตอร์ u ($\text{proj}_u v$)

(1) $\langle \frac{4}{25}, \frac{2}{25}, -\frac{4}{25} \rangle$

(2) $\langle -\frac{6}{25}, \frac{8}{25}, 0 \rangle$

(3) $\langle -\frac{6}{9}, \frac{8}{9}, 0 \rangle$

(4) $\langle \frac{4}{9}, \frac{2}{9}, -\frac{4}{9} \rangle$

(5) $\langle \frac{4}{25}, -\frac{2}{25}, \frac{4}{25} \rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 14-17

กำหนดให้ $u = \langle 2, -1, 3 \rangle$ และ $v = \langle 4, 5, -2 \rangle$

14. จงหาค่า $u \cdot v$

- (1) -3
- (2) -2
- (3) 0
- (4) 0
- (5) 3

15. จงหาค่า cosine ของมุมระหว่างเวกเตอร์ u และเวกเตอร์ v

- (1) $-\frac{1}{\sqrt{70}}$
- (2) $-\frac{1}{\sqrt{35}}$
- (3) 0
- (4) $\frac{1}{\sqrt{35}}$
- (5) $\frac{1}{\sqrt{70}}$

16. จงหาค่า $u \times v$

- (1) $\langle -13, -16, -14 \rangle$
- (2) $\langle -13, 16, -14 \rangle$
- (3) $\langle -13, -16, 14 \rangle$
- (4) $\langle -13, 16, 14 \rangle$
- (5) $\langle 13, 16, 14 \rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

17. จงหาค่า sine ของมุมระหว่างเวกเตอร์ u และเวกเตอร์ v

(1) $\sqrt{\frac{34}{35}}$

(2) $\frac{34}{\sqrt{35}}$

(3) $\frac{35}{\sqrt{70}}$

(4) $\sqrt{\frac{69}{70}}$

(5) $\frac{69}{\sqrt{70}}$

18. กำหนดให้ $|u|=2$ และ $|v|=4$ ถ้าเวกเตอร์ u และเวกเตอร์ v ทำมุมกัน $\frac{\pi}{3}$ Radค่าของ $u \cdot v$ เท่ากับเท่าใด

(1) 8

(2) 4

(3) $4\sqrt{2}$

(4) $4\sqrt{3}$

(5) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

19. กำหนดให้ $|u|=2$ และ $|v|=4$ ถ้าเวกเตอร์ u และเวกเตอร์ v ทำมุมกัน $\frac{\pi}{3}$ Radค่าของ $|u \times v|$ เท่ากับเท่าใด

(1) 8

(2) 4

(3) $4\sqrt{2}$

(4) $4\sqrt{3}$

(5) $\frac{4}{\sqrt{3}}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

20. กำหนดให้เวกเตอร์ u และเวกเตอร์ v ไม่ขนานกันและไม่เป็นเวกเตอร์ $\vec{0}$ ทั้งสองเวกเตอร์

ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

(1) $u \cdot (v \times u) = 0$

(2) $(u \times v) \times (v \times u) = \vec{0}$

(3) $u \cdot (v \times v) = 0$

(4) $(u \cdot u)(v \cdot v) = 0$

(5) $(u \times u) \times (v \times v) = \vec{0}$

21. กำหนดให้ $u \cdot (v \times w) = 15$ ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

(1) $w \cdot (v \times u) = 15$

(2) $w \cdot (u \times v) = -15$

(3) $u \cdot (w \times v) = 15$

(4) $v \cdot (w \times u) = 15$

(5) $v \cdot (u \times w) = -15$

22. เวกเตอร์ใดอยู่ในระนาบเดียวกันกับระนาบที่บรรจุเวกเตอร์ $\langle 6, 3, -1 \rangle$ และ $\langle 0, 1, 2 \rangle$

(1) $\langle 6, 5, 6 \rangle$

(2) $\langle 6, 6, 5 \rangle$

(3) $\langle 5, 6, 6 \rangle$

(4) $\langle 5, 6, 5 \rangle$

(5) $\langle 5, 5, 6 \rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 23-24

จงหาปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนานซึ่งมีเวกเตอร์ $\langle 6, 3, -1 \rangle$, $\langle 0, 1, 2 \rangle$ และ u เป็นส่วนประกอบ

23. เมื่อ $u = \langle 4, -2, 5 \rangle$ ปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนาน มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 28 ลูกบาศก์หน่วย
- (2) 32 ลูกบาศก์หน่วย
- (3) 42 ลูกบาศก์หน่วย
- (4) 64 ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 82 ลูกบาศก์หน่วย

24. เมื่อ $u = \langle 4, 2, 4 \rangle$ ปริมาตรของทรงเหลี่ยมด้านขนาน มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) 28 ลูกบาศก์หน่วย
- (2) 32 ลูกบาศก์หน่วย
- (3) 42 ลูกบาศก์หน่วย
- (4) 64 ลูกบาศก์หน่วย
- (5) 82 ลูกบาศก์หน่วย



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

25. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(2,-1,3)$ และ ขนานกับเวกเตอร์ $\langle 3,1,-2 \rangle$

- (1) $x = 3 + 2t, y = 1 - t, z = -2 + 3t$
- (2) $x = 2 + 3t, y = -1 + t, z = 3 - 2t$
- (3) $x = 3 + 2t, y = 1 + t, z = -2 + 3t$
- (4) $x = 2 + 3t, y = -1 - t, z = 3 - 2t$
- (5) $x = 3 - 2t, y = 1 + t, z = -2 + 3t$

26. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(3,1,2)$ และ ขนานกับเส้นตรง

$$x = \sqrt{2} - 5t, y = \pi + 2t, z = e - 7t$$

- (1) $x = 3 - 5t, y = 1 - 2t, z = 2 + 7t$
- (2) $x = 3 + 5t, y = 1 - 2t, z = 2 - 7t$
- (3) $x = 3 + 5t, y = 1 - 2t, z = 2 + 7t$
- (4) $x = -3 - 5t, y = -1 + 2t, z = -2 - 7t$
- (5) $x = 3 - 5t, y = -1 + 2t, z = 2 - 7t$

27. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด $(2,-1,3)$ และ จุด $(3,1,2)$

- (1) $x = 2 - t, y = -1 - 2t, z = 3 - t$
- (2) $x = 2 - t, y = -1 + 2t, z = 3 + t$
- (3) $x = 2 + t, y = -1 + 2t, z = 3 + t$
- (4) $x = 3 + t, y = 1 + 2t, z = 2 - t$
- (5) $x = 3 + t, y = 1 + 2t, z = 2 + t$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

28. ข้อใดเป็นสมการอิงตัวแปรเสริมของเส้นตรงที่ผ่านจุด (1,2,3) และขนานกับแกน z

- (1) $x = t, y = 2t, z = 3t$
- (2) $x = 1+t, y = 2, z = 3$
- (3) $x = 1, y = 2+t, z = 3$
- (4) $x = 1, y = 2, z = 3+t$
- (5) $x = 1+t, y = 2+t, z = 3+t$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 29-30

ให้เส้นตรง L_1 เป็นไปตามสมการ $L_1 : x = 1 + 2t, y = 2 - t, z = 4 - t$

ให้เส้นตรง L_2 เป็นไปตามสมการ $L_2 : x = 9 + t, y = 5 + 3t, z = -3 - 2t$

29. จุดตัดระหว่างเส้นตรงทั้งสองคือจุดใด

- (1) $(-1, 3, 6)$
- (2) $(3, 1, 2)$
- (3) $(5, 0, 0)$
- (4) $(7, -1, -2)$
- (5) $(7, -1, 1)$

30. เวกเตอร์ซึ่งขนานกับเส้นตรงใดจะตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2

- (1) $x = -1 + 7t, y = 3, z = 6 + 7t$
- (2) $x = 3 + 5t, y = 1 + 3t, z = 2 + 7t$
- (3) $x = 5 + t, y = 2t, z = 0$
- (4) $x = 7 + 2t, y = -1 + 2t, z = -2 + t$
- (5) $x = -3 + 3t, y = 5 + 4t, z = 10 + t$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

31. จงหาสมการของระนาบซึ่งผ่านจุด $(1,3,2)$ และมีเวกเตอร์ $\langle 3,6,-1 \rangle$ เป็นเวกเตอร์แนวฉาก

(1) $3x+6y-z+15=0$

(2) $3x+6y-z=15$

(3) $3x+6y-z+19=0$

(4) $3x+6y-z=19$

(5) $3x+6y-z-21=0$

32. จงหาสมการของระนาบซึ่งผ่านจุด $(2,1,-3)$ และตั้งฉากกับเส้นตรง $x=5+t, y=2t, z=1$

(1) $x+2y=4$

(2) $x+2y+z=1$

(3) $x+2y+z=7$

(4) $2x+y-3z=7$

(5) $2x+y-3z+7=0$

33. จุดใดไม่อยู่บนระนาบ $-x+2y+z=21$

(1) $(0,7,7)$

(2) $(1,7,8)$

(3) $(-1,7,2)$

(4) $(-1,6,8)$

(5) $(-7,7,0)$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 34-36

พิจารณาจุด $P_1(5,3,4)$, $P_2(5,9,7)$ และ $P_3(7,6,4)$

34. จงหาระนาบที่ผ่านจุด P_1 , P_2 และ P_3

- (1) $9x + 6y + 12z = 75$
- (2) $9x + 6y - 12z = -75$
- (3) $9x + 6y - 12z = 75$
- (4) $9x - 6y + 12z = -75$
- (5) $9x - 6y + 12z = 75$

35. เวกเตอร์ใดต่อไปนี้ขนานกับระนาบดังกล่าว

- (1) $\langle 1, 2, 0 \rangle$
- (2) $\langle 3, 2, -4 \rangle$
- (3) $\langle 4, 2, -3 \rangle$
- (4) $\langle 0, 2, 1 \rangle$
- (5) $\langle 3, -2, 4 \rangle$

36. พื้นที่ของสามเหลี่ยมที่มีจุด P_1 , P_2 และ P_3 เป็นจุดมุมคือ

- (1) $\frac{\sqrt{260}}{2}$ ตารางหน่วย
- (2) $\frac{\sqrt{261}}{2}$ ตารางหน่วย
- (3) $\frac{\sqrt{262}}{2}$ ตารางหน่วย
- (4) $\frac{\sqrt{263}}{2}$ ตารางหน่วย
- (5) $\frac{\sqrt{264}}{2}$ ตารางหน่วย



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

37. จุดใดเป็นจุดตัดระหว่างระนาบ $3x + 3y - z = 2$ และเส้นตรง $x = 3 - t, y = 2 + t, z = 1 - 3t$

- (1) $(4, -2, 11)$
- (2) $(7, -2, 11)$
- (3) $(4, -2, 13)$
- (4) $(7, -2, 13)$
- (5) $(3, 2, 1)$

38. จุดใดเป็นจุดตัดระหว่างระนาบ yz และเส้นตรง $L: x = 3 + 2t, y = 3 + t, z = 1 + 2t$

- (1) $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, -2)$
- (2) $(0, \frac{3}{2}, -2)$
- (3) $(0, -\frac{3}{2}, -2)$
- (4) $(-3, 0, -5)$
- (5) $(2, \frac{5}{2}, 0)$

39. จุดใดเป็นจุดตัดระหว่างเส้นตรง $L: x = 3 + 2t, y = 3 + t, z = 6 + 2t$ และแกน x

- (1) $(-3, 0, 0)$
- (2) $(0, -3, 0)$
- (3) $(0, 0, -3)$
- (4) $(3, 0, 0)$
- (5) $(0, 3, 0)$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 40-41

ให้เส้นตรง L_1 เป็นไปตามสมการ $L_1 : x = 1 + 2t, y = 3t, z = 2 - t$

ให้เส้นตรง L_2 เป็นไปตามสมการ $L_2 : x = -1 + t, y = 4 + t, z = 10 - t$

40. จุดตัดระหว่างเส้นตรงทั้งสองคือจุดใด

- (1) (13, 4, 18)
- (2) (13, 4, -18)
- (3) (13, -4, 18)
- (4) (13, -18, 4)
- (5) (13, 18, -4)

41. เส้นตรงทั้งสองอยู่บนระนาบใด

- (1) $2x - y - z = 4$
- (2) $2x - y + z = 4$
- (3) $2x + y - z = 4$
- (4) $2x + y - z + 4 = 0$
- (5) $2x + y + z = 4$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 42-43

ให้ระนาบ P_1 เป็นไปตามสมการ $P_1: x + y + z = 1$

ให้ระนาบ P_2 เป็นไปตามสมการ $P_2: x - 2y + 3z = 1$

42. จุดใดอยู่บนระนาบทั้งสอง

(1) $(0, 0, 1)$

(2) $(0, 1, 0)$

(3) $(1, 0, 0)$

(4) $(1, 1, -1)$

(5) $(1, -1, 1)$

43. ข้อใดเป็นสมการเส้นตรงที่เกิดจากการตัดกันของระนาบทั้งสอง

(1) $x = 1 + 5t, y = -2t, z = -3t$

(2) $x = 5t, y = -2t, z = 1 - 3t$

(3) $x = 1 - 5t, y = -2t, z = -3t$

(4) $x = -5t, y = -2t, z = 1 - 3t$

(5) $x = 1 - 5t, y = -1 - 2t, z = 1 - 3t$



44. ให้ $r(t) = \frac{1}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{i} + \frac{t}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{j} - \frac{2t}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{k}$ เวกเตอร์ใดตั้งฉากกับเวกเตอร์ $\frac{d}{dt}[r(t)]$

(1) $s(t) = \frac{t^3}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{i} + \frac{t^2}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{j} - \frac{t^2}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{k}$

(2) $s(t) = \frac{1}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{i} + \frac{t}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{j} - \frac{2t}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{k}$

(3) $s(t) = \frac{t}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{i} + \frac{t^2}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{j} - \frac{t^2}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{k}$

(4) $s(t) = \frac{10t}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{i} + \frac{10t^2}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{j} - \frac{10t^2}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{k}$

(5) $s(t) = \frac{10t^3}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{i} + \frac{10t^2}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{j} - \frac{10t^2}{\sqrt{1+5t^2}}\mathbf{k}$

45. ถ้าทราบว่าเวกเตอร์ความเร่งของอนุภาคหนึ่งที่กำลังเคลื่อนที่มีค่าเป็น $\mathbf{i} - (\cos 2t)\mathbf{j} - (\sin 2t)\mathbf{k}$ ข้อใดมีโอกาสเป็นเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่นั้น

(1) $t^2\mathbf{i} + (\cos 2t)\mathbf{j} + (\sin 2t)\mathbf{k}$

(2) $\frac{t^2}{2}\mathbf{i} + (\cos 2t)\mathbf{j} + (\sin 2t)\mathbf{k}$

(3) $\frac{t^2}{2}\mathbf{i} + \frac{(\cos 2t)}{2}\mathbf{j} + \frac{(\sin 2t)}{2}\mathbf{k}$

(4) $\frac{t^2}{2}\mathbf{i} + \frac{(\cos 2t)}{4}\mathbf{j} + \frac{(\sin 2t)}{4}\mathbf{k}$

(5) $\frac{t^2}{4}\mathbf{i} + \frac{(\cos 2t)}{4}\mathbf{j} + \frac{(\sin 2t)}{4}\mathbf{k}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 46-47

ให้ $r(t) = \ln(t^3)\mathbf{i} + \ln(t)\mathbf{j} + \ln(t^2)\mathbf{k}$ เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่ เมื่อ $t > 0$

46. อัตราเร็วของอนุภาค ณ $t=1$ คือข้อใด

(1) $\frac{1}{\sqrt{6}}$

(2) $\frac{1}{\sqrt{14}}$

(3) 2

(4) $\sqrt{6}$

(5) $\sqrt{14}$

47. เวกเตอร์ $\langle 1, -1, -1 \rangle$ จะตั้งฉากกับความเร่ง เมื่อ t มีค่าเท่ากับเท่าใด

(1) 1

(2) 2

(3) 3

(4) 4

(5) ถูกทุกข้อ



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

48. ค่าของ $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0,0) \\ x \neq y}} \frac{e^x - e^y}{e^{2x} - e^{2y}}$ คือข้อใด

(1) 0

(2) $\frac{1}{2}$

(3) 1

(4) 2

(5) 4

49. ค่าของ f_{xy} ณ $(0.5, \sqrt{2})$ เมื่อ $f(x, y) = \sqrt{\sec^2 x + y^3}(\ln x) + \tanh y - \csc^2 x \cot x$ คือข้อใด

(1) $\frac{1}{2}$

(2) 1

(3) 2

(4) 6

(5) 12



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 50-52

กำหนดให้ $z = x^2y + xy^4$ 50. ค่าของ $\left. \frac{dz}{dt} \right|_{t=0}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า $x = \cos t, y = \sin t$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

51. ค่าของ $\left. \frac{\partial z}{\partial r} \right|_{(r,s)=(1,0)}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า $x = re^s, y = rs$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4

52. ค่าของ $\left. \frac{\partial z}{\partial s} \right|_{(r,s)=(1,0)}$ มีค่าเท่ากับเท่าใด ถ้า $x = re^s, y = rs$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) 2
- (4) 3
- (5) 4



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตัณฑนุช

53. จงหาค่า $\frac{dy}{dx}$ ณ จุด $(0,1)$ ถ้า $ye^x - xe^y + 2xy = 0$

(1) $\frac{1}{3-e}$

(2) $\frac{1}{e-3}$

(3) -1

(4) $e-3$

(5) $3-e$

54. จงหาอนุพันธ์ของ $f(x, y) = e^{x^2y}$ ณ $(\sqrt{2}, 0)$ ในทิศทางของเวกเตอร์ $\sqrt{2}\mathbf{i} - \sqrt{2}\mathbf{j}$

(1) 0

(2) $-\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{2}$

(4) $-2\sqrt{2}$

(5) $2\sqrt{2}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 55-56

กำหนดให้ $f(x, y, z) = \sin x \cos y - e^z$

55. ค่าเกรเดียน (gradient) ของ $f(x, y, z)$ ณ จุด $(0, 0, 0)$ คือข้อใด

- (1) $\langle 1, 0, -1 \rangle$
- (2) $\langle 1, 0, 1 \rangle$
- (3) $\langle 1, 1, 1 \rangle$
- (4) $\langle 1, -1, 1 \rangle$
- (5) $\langle -1, 0, 1 \rangle$

56. สมการระนาบซึ่งสัมผัสผิวโค้ง $f(x, y, z) = 0$ ณ จุด $(0, 0, 0)$ คือ ข้อใด

- (1) $x + y + z = 0$
- (2) $x + y - z = 0$
- (3) $x - y = 0$
- (4) $x - z = 0$
- (5) $x + y = 0$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 57-60

กำหนดให้ $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 12x + y^2$

57. ข้อใดเป็นจุดวิกฤตของฟังก์ชัน $f(x, y)$

- (1) (0,0) และ (1,2)
- (2) (1,2) และ (3,6)
- (3) (1,1) และ (2,4)
- (4) (1,3) และ (2,6)
- (5) (-1,1) และ (1,1)

58. ผลรวมของค่า D ซึ่งเป็นค่าดิสคริมิแนนต์ (discriminant) $f(x, y)$ ที่ใช้สำหรับการพิจารณาจุดวิกฤตทั้งสองในข้อ 57. ว่าเป็นจุดชนิดใด มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) -24
- (2) -12
- (3) 0
- (4) 12
- (5) 24



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....

รหัสวิชา 103102

ชื่อวิชา CALCULUS II

อาจารย์ผู้สอน ผศ.ดร.เจษฎา ตันทนุช

59. จุดวิกฤตทั้งสองในข้อ 57. เป็นจุดชนิดใด

- (1) จุดสูงสุดสัมพัทธ์ และ จุดต่ำสุดสัมพัทธ์
- (2) จุดสูงสุดสัมพัทธ์ทั้งคู่
- (3) จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ทั้งคู่
- (4) จุดสูงสุดสัมพัทธ์ และ จุดอานม้า
- (5) จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ และ จุดอานม้า

60. ผลรวมของค่าของฟังก์ชัน ณ จุดวิกฤตทั้งสอง มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) -9
- (2) -3
- (3) 0
- (4) 3
- (5) 9