



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน : อ.ดร. เจษฎา ตันพนุช

คำเตือน

ข้อสอบชุดนี้ใช้สำหรับวัดความรู้ ความสามารถของนักศึกษา ซึ่งเป็นรากฐานของการศึกษาในชั้นสูงต่อไป การพยายามทุจริตในการสอบ ไม่ว่าจะเป็นการบันทึกใส่เอกสาร บันทึกลงบนบางส่วนของร่างกาย ใช้อุปกรณ์สื่อสารเพื่อทุจริต การคัดลอกจากผู้อื่น การพยายามก่อความรำคาญให้ผู้อื่นเพื่อคัดลอก การเปิดโอกาสให้ผู้อื่นคัดลอก ถือว่าเป็นการผิดวินัยนักศึกษาชั้นร้ายแรง

ผู้ที่กระทำการทุจริต จะถูกดำเนินการทางวินัยโดยโทษขั้นสูงสุด

1. ท่านกำลังทำข้อสอบชุดที่

- (1) ชุดที่หนึ่ง
- (2) ชุดที่สอง
- (3) ชุดที่สาม
- (4) ชุดที่สี่
- (5) ชุดที่ห้า

2. ค่าของปริพันธ์ $\int \frac{x+1}{x} dx$ เท่ากับเท่าใด

- (1) $x + \frac{x^2}{2} + c$
- (2) $\frac{1}{2} \ln |x+1| + c$
- (3) $\frac{1}{2} (\ln |x-1| + \ln |x+1|) + c$
- (4) $x + \ln |x| + c$
- (5) $\ln |x| + \frac{x^2}{2} + c$

หมายเหตุ C เป็นค่าคงตัวใดๆ



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เจษฎา ตันพนุช

3. ค่าของปริพันธ์ $\int \frac{x}{x^2 + 1} dx$ เท่ากับเท่าใด

- (1) $x + \frac{x^2}{2} + c$
- (2) $\frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + c$
- (3) $\frac{1}{2} (\ln|x-1| + \ln|x+1|) + c$
- (4) $x + \ln|x+1| + c$
- (5) $\ln|x| + \frac{x^2}{2} + c$

หมายเหตุ c เป็นค่าคงตัวใดๆ

4. ค่าของปริพันธ์ $\int \frac{x^2 + 1}{x} dx$ เท่ากับเท่าใด

- (1) $x + \frac{x^2}{2} + c$
- (2) $\frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + c$
- (3) $\frac{1}{2} (\ln|x-1| + \ln|x+1|) + c$
- (4) $x + \ln|x+1| + c$
- (5) $\ln|x| + \frac{x^2}{2} + c$

หมายเหตุ c เป็นค่าคงตัวใดๆ



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันพนุช.....

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 5 – 7

$$\int x^2 \ln x \, dx = \int u \, dv = uv - \int v \, du$$

5. เพื่อให้การหาค่าปริพันธ์ $\int x^2 \ln x \, dx$ โดยการใช้วิธีการหาค่าปริพันธ์ที่ละส่วน (integration by parts) เป็นไปได้ง่ายตาย ควรจะสมมติให้ u มีค่าเท่าใด

- (1) x
- (2) x^2
- (3) $\ln x$
- (4) $x \ln x$
- (5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

6. เพื่อให้การหาค่าปริพันธ์ $\int x^2 \ln x \, dx$ โดยการใช้วิธีการหาค่าปริพันธ์ที่ละส่วน (integration by parts) เป็นไปได้ง่ายตาย ควรจะสมมติให้ dv มีค่าเท่าใด

- (1) dx
- (2) $x^2 dx$
- (3) $x \ln x \, dx$
- (4) $x^2 \ln x \, dx$
- (5) ไม่มีข้อใดถูกต้อง

7. ค่าของปริพันธ์ $\int x^2 \ln x \, dx$ เท่ากับเท่าใด

- (1) $\frac{x^3 \ln x}{3} + \frac{x^3}{3} + c$
- (2) $\frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{3} + c$
- (3) $\frac{x^3 \ln x}{3} + \frac{x^3}{9} + c$
- (4) $\frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9} + c$
- (5) $\frac{x^2 \ln x}{3} + c$

หมายเหตุ c เป็นค่าคงตัวใดๆ



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันทนุช

8. ค่าของปริพันธ์ $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx$ เท่ากับเท่าใด

(1) $\frac{\pi}{6}$

(2) $\frac{\pi}{4}$

(3) $\frac{\pi}{3}$

(4) $\frac{\pi}{2}$

(5) π

9. ค่าของ $\int_0^{+\infty} xe^{-x^2} dx$ เท่ากับเท่าใด

(1) 0

(2) $\frac{1}{2}$

(3) 1

(4) 2

(5) ∞

10. ค่าของ $\int \sec x dx$ เท่ากับเท่าใด

(1) $\sec^2 x + c$

(2) $\sec x \tan x + c$

(3) $\ln |\cos x| + c$

(4) $\ln |\sec x| + c$

(5) $\ln |\sec x + \tan x| + c$

หมายเหตุ C เป็นค่าคงตัวใดๆ



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันพนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้หาคำถามข้อ 11 – 12

พิจารณาสมการทรงกลม

$$x^2 - 4x + y^2 + 6y + z^2 - 2z = 2$$

11. ทรงกลมดังกล่าวมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดใด

- (1) $(-4, 6, -2)$
- (2) $(4, -6, 2)$
- (3) $(0, 0, 0)$
- (4) $(-2, 3, -1)$
- (5) $(2, -3, 1)$

12. ทรงกลมดังกล่าวมีรัศมีเท่าใด

- (1) $\sqrt{2}$
- (2) 2
- (3) 4
- (4) 8
- (5) 16

13. ระยะทางระหว่างจุด $(2, -1, 3)$ และจุด $(6, -3, -5)$ คือข้อใด

- (1) $\sqrt{14} + \sqrt{70}$
- (2) $\sqrt{84}$
- (3) $\sqrt{96}$
- (4) $\sqrt{24}$
- (5) 6



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันพนาช

14. จุดกึ่งกลางระหว่างจุด $(2, -1, 3)$ และจุด $(6, -3, -5)$ คือข้อใด

- (1) $(-2, 1, 4)$
- (2) $(-4, 2, 8)$
- (3) $(8, -4, -2)$
- (4) $(4, -2, -1)$
- (5) $(4, -2, -8)$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 15 – 16

กำหนดให้

$$3 \langle x, -1, 2 \rangle + 2 \langle 1, y, -\frac{3}{2} \rangle = \langle 5, 1, z \rangle$$

15. ค่าของ $x + y - z$ จะเท่ากับข้อใด

- (1) -3
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 3

16. ค่าของ $(x + y)^z$ จะเท่ากับข้อใด

- (1) 1
- (2) 3
- (3) 9
- (4) 27
- (5) 81



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เจษฎา ตันพานิช

17. ถ้า $\vec{AB} = \mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ และ A เป็นจุด $(5, -1, 3)$ แล้ว จุด B จะเป็นดังข้อใด

- (1) $(4, -5, 1)$
- (2) $(4, -5, 5)$
- (3) $(6, 3, 1)$
- (4) $(6, 5, 1)$
- (5) $(6, 5, 5)$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 18 – 19

กำหนดให้ $\mathbf{u} = \langle -2, 1, 0 \rangle$ และ $\mathbf{v} = \langle 3, -4, -5 \rangle$

18. จงหาขนาดของเวกเตอร์ $3\mathbf{u} + 2\mathbf{v}$

- (1) $\sqrt{5}$
- (2) $2\sqrt{5}$
- (3) $3\sqrt{5}$
- (4) $4\sqrt{5}$
- (5) $5\sqrt{5}$

19. จงหาขนาดของเวกเตอร์ $4\mathbf{u} + \mathbf{v}$

- (1) $\sqrt{2}$
- (2) $2\sqrt{2}$
- (3) $3\sqrt{2}$
- (4) $4\sqrt{2}$
- (5) $5\sqrt{2}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันทนุช.....

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 20-22
ให้ $u = \langle 3, 0, -4 \rangle$ และ $v = \langle 1, 2, -2 \rangle$

20. จงหา $u \cdot v$

- (1) 1
- (2) 11
- (3) 111
- (4) 1,111
- (5) 11,111

21. เวกเตอร์ใดขนานกับเวกเตอร์ $u \times v$

- (1) $\langle 1, 3, 4 \rangle$
- (2) $\langle -4, -1, -3 \rangle$
- (3) $\langle 4, 3, -1 \rangle$
- (4) $\langle -1, 4, -3 \rangle$
- (5) $\langle 3, -1, 4 \rangle$

22. จงหา $|u \times v|$

- (1) $\sqrt{104}$
- (2) $\sqrt{105}$
- (3) $\sqrt{106}$
- (4) $\sqrt{107}$
- (5) $\sqrt{108}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เจษฎา ตันพนาช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 23-24

ให้ $u = \langle 3, 0, -4 \rangle$ และ $v = \langle -2, 1, -2 \rangle$

23. จงหาเวกเตอร์ภาพฉายของเวกเตอร์ u บนเวกเตอร์ v ($\text{proj}_v u$)

(1) $\langle -\frac{6}{25}, 0, \frac{8}{25} \rangle$

(2) $\langle \frac{6}{25}, 0, -\frac{8}{25} \rangle$

(3) $\langle -\frac{4}{9}, \frac{2}{9}, -\frac{4}{9} \rangle$

(4) $\langle \frac{4}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{4}{9} \rangle$

(5) $\langle \frac{4}{21}, \frac{14}{21}, \frac{3}{21} \rangle$

24. จงหาเวกเตอร์ภาพฉายของเวกเตอร์ v บนเวกเตอร์ u ($\text{proj}_u v$)

(1) $\langle -\frac{6}{25}, 0, \frac{8}{25} \rangle$

(2) $\langle \frac{6}{25}, 0, -\frac{8}{25} \rangle$

(3) $\langle -\frac{4}{9}, \frac{2}{9}, -\frac{4}{9} \rangle$

(4) $\langle \frac{4}{9}, -\frac{2}{9}, \frac{4}{9} \rangle$

(5) $\langle \frac{4}{21}, \frac{14}{21}, \frac{3}{21} \rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันพนาช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 25-27

ให้ $u = 3i$, $v = 2k$ และ $w = 4j$

25. จงหา $(u \times v) \cdot (v \times w)$

- (1) -24
- (2) -12
- (3) 0
- (4) 12
- (5) 24

26. จงหา $v \cdot (w \times u)$

- (1) -24
- (2) -12
- (3) 0
- (4) 12
- (5) 24

27. จงหา $u \cdot (w \times v)$

- (1) -24
- (2) -12
- (3) 0
- (4) 12
- (5) 24



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 28-30

ให้เส้นตรง L_1 เป็นไปตามสมการ $L_1 : x = 1 + 2t, y = 2 - t, z = 4 - 2t$

ให้เส้นตรง L_2 เป็นไปตามสมการ $L_2 : x = 9 + t, y = 5 + 3t, z = -4 - t$

28. เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 แต่ไม่ตั้งฉากกับเส้นตรง L_2 คือข้อใด

- (1) $\langle 7, 0, 7 \rangle$
- (2) $\langle 0, 1, 3 \rangle$
- (3) $\langle 1, 2, 0 \rangle$
- (4) $\langle 1, 3, -1 \rangle$
- (5) $\langle 2, -1, -2 \rangle$

29. เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับเส้นตรง L_2 แต่ไม่ตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 คือข้อใด

- (1) $\langle 7, 0, 7 \rangle$
- (2) $\langle 0, 1, 3 \rangle$
- (3) $\langle 1, 2, 0 \rangle$
- (4) $\langle 1, 3, -1 \rangle$
- (5) $\langle 2, -1, -2 \rangle$

30. เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับทั้งเส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 คือข้อใด

- (1) $\langle 7, 0, 7 \rangle$
- (2) $\langle 0, 1, 3 \rangle$
- (3) $\langle 1, 2, 0 \rangle$
- (4) $\langle 1, 3, -1 \rangle$
- (5) $\langle 2, -1, -2 \rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 31-34

พิจารณานจุด $P_1(5,5,5)$, $P_2(5,6,7)$ และ $P_3(8,9,5)$

31. จงหาระนาบที่ผ่านจุด P_1 , P_2 และ P_3

(1) $8x + 4y + 3z = 75$

(2) $8x - 4y + 3z = 35$

(3) $8x - 6y + 3z = 25$

(4) $-8x - 6y + 3z = 55$

(5) $-8x + 6y - 3z = 25$

32. เวกเตอร์ใดต่อไปนี้ขนานกับระนาบดังกล่าว

(1) $\langle 8, 4, 3 \rangle$

(2) $\langle 8, -4, 3 \rangle$

(3) $\langle 8, -6, 3 \rangle$

(4) $\langle 8, 6, -3 \rangle$

(5) $\langle 0, 1, 2 \rangle$

33. จุดใดอยู่บนระนาบที่ผ่านจุด P_1 , P_2 และ P_3

(1) $(0, 2, 3)$

(2) $(2, 0, 3)$

(3) $(3, 2, 0)$

(4) $(0, 3, 2)$

(5) $(2, 3, 0)$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันทนุช

34. พื้นที่ของสามเหลี่ยมที่มีจุด P_1 , P_2 และ P_3 เป็นจุดมุมคือ

- (1) $\frac{\sqrt{89}}{2}$ ตารางหน่วย
- (2) $\sqrt{89}$ ตารางหน่วย
- (3) $\frac{\sqrt{109}}{2}$ ตารางหน่วย
- (4) $\sqrt{109}$ ตารางหน่วย
- (5) 5 ตารางหน่วย

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 35-36

กำหนดให้ $f(x, y, z) = z - xe^y$

35. เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับผิวโค้ง $f(x, y, z) = 0$ ณ จุด $(1, 0, 1)$

- (1) $\langle 1, 1, 1 \rangle$
- (2) $\langle 1, -1, 1 \rangle$
- (3) $\langle -1, 1, 1 \rangle$
- (4) $\langle -1, -1, 1 \rangle$
- (5) $\langle -1, -1, -1 \rangle$

36. สมการระนาบซึ่งสัมผัสผิวโค้ง $f(x, y, z) = 0$ ณ จุด $(1, 0, 1)$ คือ ข้อใด

- (1) $x + y + z = 2$
- (2) $x - y + z = 2$
- (3) $-x + y + z = 0$
- (4) $-x - y + z = 0$
- (5) $-x - y - z + 2 = 0$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน : อ.ดร. เฉษฐา ตันพนุช

37. จงหาจุดที่เส้นตรง $L: x = 2 + 3t, y = 3 + t, z = 1 + 2t$ ตัดกับระนาบ $x + y + z = 12$

- (1) (5, 4, 3)
- (2) (5, 5, 8)
- (3) (8, 5, 5)
- (4) (5, 8, 5)
- (5) (2, 3, 1)

38. จงหาจุดที่เส้นตรง $L: x = 2 + 3t, y = 3 + t, z = 1 + 2t$ ตัดกับระนาบ xz

- (1) $(0, \frac{7}{3}, -\frac{1}{3})$
- (2) (0, 7, -1)
- (3) (-7, 0, -5)
- (4) (7, 0, 5)
- (5) $(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}, 0)$

39. ระนาบคู่ใดต่อไปนี้นั้นขนานกัน

- (1) $P_1: 2x + 3y + z = 16, P_2: 2x + 3y - z = 16$
- (2) $P_1: x - 3y + z = 16, P_2: 2x + y + z = 32$
- (3) $P_1: y - z = 16, P_2: 5x - 5z = 80$
- (4) $P_1: 4x - 2y - 8z = 16, P_2: -2x - 4z = 32$
- (5) $P_1: x - 2y - z = 16, P_2: z + 2y - x = 8$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เจษฎา ตันพนุช

40. ฟังก์ชันเชิงเวกเตอร์ใดต่อไปนี้มีคยาวเป็นค่าคงตัว

- (1) $r(t) = i + j + k$
- (2) $r(t) = (\cos t)i + (\sin t)j + k$
- (3) $r(t) = ei + \sin(t^3)j + \cos(t^3)k$
- (4) $r(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2+5}}i + \frac{1}{\sqrt{t^2+5}}j + \frac{2}{\sqrt{t^2+5}}k$
- (5) ถูกทุกข้อ

41. ให้ $r(t) = (\cos 2t)i + (\sin 2t)j + 2k$ เวกเตอร์ใดตั้งฉากกับเวกเตอร์ $r'(t)$

- (1) $s(t) = (\sin 2t)i + (\cos 2t)j$
- (2) $s(t) = -(\sin 2t)i + (\cos 2t)j$
- (3) $s(t) = -(2 \sin 2t)i + (2 \cos 2t)j$
- (4) $s(t) = (\cos 2t)i + (\sin 2t)j + 2k$
- (5) $s(t) = (2 \cos 2t)i - (2 \sin 2t)j - k$

42. ค่าของ $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (0^+,0^+) \\ x \neq y}} \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt{y} - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ คือข้อใด

- (1) -1
- (2) 0
- (3) 1
- (4) 2
- (5) หาค่าไม่ได้



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เจษฎา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 43-45

ให้ $r(t) = ti + t^4j - t^8k$ เป็นเวกเตอร์ตำแหน่งของอนุภาคที่กำลังเคลื่อนที่

43. อัตราความเร็วของอนุภาค ณ $t=1$ คือข้อใด

- (1) $\sqrt{5}$
- (2) $\sqrt{13}$
- (3) 6
- (4) 9
- (5) 18

44. ความเร่งของอนุภาค ณ $t = \frac{1}{2}$ คือข้อใด

- (1) $\frac{1}{2}i + \frac{1}{16}j - \frac{1}{256}k$
- (2) $12j - 56k$
- (3) $i + \frac{1}{2}j - \frac{1}{16}k$
- (4) $3j - \frac{7}{8}k$
- (5) $24j - 7k$

45. เวกเตอร์ $\langle 0, \frac{1}{t^3}, \frac{1}{4t^6} \rangle$ จะตั้งฉากกับความเร่ง เมื่อ t มีค่าเท่ากับเท่าใด

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันพนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 46-47

กำหนดให้ $u(t) = i + t^4j - ek$ และ $v(t) = ei + \frac{1}{t^3}j - 2k$

46. $\frac{d}{dt}[u(t) - v(t)]$ มีค่าเท่าใด

- (1) $\vec{0}$ (เวกเตอร์)
- (2) t^3j
- (3) $(4t^3 + 3t^{-2})j$
- (4) $\left(\frac{4t^7 + 3}{t^4}\right)j$
- (5) $-ei - (4t^3 - 3t^{-4})j - ek$

47. $\frac{d}{dt}[u(t) \cdot v(t)]$ มีค่าเท่าใด

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) e

48. $\frac{d}{dt}[(t^2i) \times (t^4j)]$ มีค่าเท่าใด

- (1) $6t^5i$
- (2) $-6t^5j$
- (3) $6t^5j$
- (4) $-6t^5k$
- (5) $6t^5k$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันทนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 49-51

$$\text{ให้ } f(x, y) = \frac{\ln x}{y}$$

49. จงหาอนุพันธ์ของ f ณ $(1, 2)$ ในทิศทางของแกน x

- (1) 0
- (2) $\frac{1}{2}$
- (3) $\frac{e}{2}$
- (4) $-\frac{1}{4}$
- (5) $-\frac{e}{4}$

50. จงหาอนุพันธ์ของ f ณ $(1, 2)$ ในทิศทางของแกน y

- (1) 0
- (2) $\frac{1}{2}$
- (3) $\frac{e}{2}$
- (4) $-\frac{1}{4}$
- (5) $-\frac{e}{4}$

51. จงหาอนุพันธ์ของ f ณ $(1, 2)$ ในทิศทางของ $i - \sqrt{3}j$

- (1) 0
- (2) $\frac{1}{4}$
- (3) $\frac{1}{2}$
- (4) 1
- (5) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันพานิช

52. ค่าของ $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ ณ $(1, \frac{\pi}{2})$ เมื่อ $f(x, y) = \tan^{-1}x + xy + \sec^2 y - \csc x \cot x$ คือข้อใด

- (1) $-\frac{\pi}{2}$
- (2) 0
- (3) 1
- (4) 2
- (5) π

53. จงหาค่า $\frac{dy}{dx}$ ถ้า $y^2 = x^2 + 2xy$

- (1) $\frac{-2x-2y}{2y-2x}$
- (2) $\frac{2x+2y}{2x-2y}$
- (3) $\frac{x+y}{y-x}$
- (4) $\frac{2x-2y}{2x+2y}$
- (5) 0

54. ค่าของเกรเดียนต์ (gradient) ของ $f(x, y, z) = z \ln(x - y + z)$ ณ จุด $(1, 1, e)$ คือข้อใด

- (1) $\langle 1, -1, 2 \rangle$
- (2) $\langle 1, -1, 1 \rangle$
- (3) $\langle 1, 1, 1 \rangle$
- (4) $\langle 1, 1, 2 \rangle$
- (5) ไม่มีข้อถูก



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันพนาช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 55-57

กำหนดให้ $w = x^2 + y^2 + z^2$ และ $x = \rho \sin \varphi \cos \theta$, $y = \rho \sin \varphi \sin \theta$ และ $z = \rho \cos \varphi$

55. จงหาค่า $\frac{\partial w}{\partial \rho}$ ณ จุด $(\rho, \varphi, \theta) = \left(1, 0, \frac{\pi}{2}\right)$ คือข้อใด

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

56. จงหาค่า $\frac{\partial w}{\partial \varphi}$ ณ จุด $(\rho, \varphi, \theta) = \left(1, 0, \frac{\pi}{2}\right)$ คือข้อใด

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

57. จงหาค่า $\frac{\partial w}{\partial \theta}$ ณ จุด $(\rho, \varphi, \theta) = \left(1, 0, \frac{\pi}{2}\right)$ คือข้อใด

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เฉษฐา ตันพนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 58-60

กำหนดให้ฟังก์ชัน $f(x, y) = x^2 - 2x - 2y + y^2$

58. จงหาจุดวิกฤตของฟังก์ชัน $f(x, y)$

- (1) (-2, -2)
- (2) (-1, -1)
- (3) (0, 0)
- (4) (1, 1)
- (5) (2, 2)

59. ค่าดิสคริมิแนนต์ (discriminant) ของฟังก์ชัน $f(x, y)$ หรือ $D = f_{xx}(a, b)f_{yy}(a, b) - [f_{xy}(a, b)]^2$ มีค่าเท่าใด

- (1) -4
- (2) -2
- (3) 0
- (4) 2
- (5) 4

60. ค่าสุดขีดของฟังก์ชัน $f(x, y)$ มีค่าเท่าใด

- (1) -4
- (2) -2
- (3) 0
- (4) 2
- (5) 4



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - อ.ดร. เจษฎา ตันทนุช

61. ค่าของปริพันธ์ $\int \frac{x}{x+1} dx$ เท่ากับเท่าใด

(1) $x + \frac{x^2}{2} + c$

(2) $\frac{1}{2} \ln |x+1| + c$

(3) $\frac{1}{2} (\ln |x-1| + \ln |x+1|) + c$

(4) $x - \ln |x+1| + c$

(5) $\ln |x| + \frac{x^2}{2} + c$

หมายเหตุ C เป็นค่าคงตัวใดๆ