



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชน ไชยเสนาะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

ส่วนที่ 1

คำสั่ง : จงเลือกและระบายคำตอบที่ถูกต้องที่สุดลงบนกระดาษคำตอบ

1. จงหาค่าของ $\int_{-1}^1 \frac{1}{2x+3} dx$

- (1) 0
- (2) 1
- (3) $\ln \sqrt{5}$
- (4) $\ln 5$
- (5) $\ln 25$

2. จงหาค่าของ $\int \cos^2 x dx$

- (1) $\frac{\cos x \sin x + x}{2} + c_1$
- (2) $\frac{\sin(2x) + 2x}{4} + c_2$
- (3) $\frac{x}{2} + \frac{\sin(2x)}{4} + c_3$
- (4) ถูกทั้งข้อ 1, 2 และ 3
- (5) สำหรับคำตอบข้อ 1, 2 และ 3 มีบางคำตอบไม่ถูกต้อง

หมายเหตุ c_1, c_2 และ c_3 เป็นค่าคงตัวใดๆ

อาจารย์ผู้สอน.....



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชุน ไชยเสนะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

3. จงหาค่าของ $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x \, dx$

(1) $\frac{\pi - 2}{4}$

(2) $\frac{\pi - 1}{4}$

(3) $\frac{\pi}{4}$

(4) $\frac{\pi + 1}{4}$

(5) $\frac{\pi + 2}{4}$

4. จงหาค่าของ $\int_0^2 xe^x \, dx$

(1) $e^2 - 1$

(2) e^2

(3) 1

(4) $e^2 + 1$

(5) $\frac{e^4 - 1}{2}$

5. จงหาค่าของ $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

(1) $\ln x$

(2) $\ln|1-x^2|$

(3) $\frac{1}{2} \ln|1-x^2|$

(4) $\sin^{-1} x$

(5) $\tan^{-1} x$

อาจารย์ผู้สอน.....



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชน ไชยเสนาะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

6. จงหาค่าของ $\int_{-2}^0 |2x-1| dx$
- (1) 0
 - (2) 1
 - (3) 2
 - (4) $\frac{9}{2}$
 - (5) 6

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 7 – 8

$$\int \frac{1}{x^2-4} dx = \int \left[\frac{A_1}{x-a_1} + \frac{A_2}{x-a_2} \right] dx$$

7. $a_1 + a_2$ เท่ากับเท่าใด
- (1) -4
 - (2) -2
 - (3) 0
 - (4) 2
 - (5) 4
8. $A_1 + A_2$ เท่ากับเท่าใด
- (1) $-\frac{1}{4}$
 - (2) $-\frac{1}{2}$
 - (3) 0
 - (4) $\frac{1}{2}$
 - (5) $\frac{1}{4}$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชุน ไชยเสนาะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

9. จงหาค่าของ $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2-4} dx$

(1) $\frac{1}{2}$

(2) $\ln\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

(3) $\ln(\sqrt{3})$

(4) $\ln\left(\frac{1}{3}\right)$

(5) $\ln(3)$

10. กำหนดให้ $f(x) = \sinh(-x \ln x)$ จงหา $f'(1)$

(1) -2

(2) -1

(3) 0

(4) 1

(5) 2



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชน ไชยเสนะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 11 – 13

กำหนดให้ $u = \langle 1, 2, -1 \rangle$ และ $v = \langle 3, 0, 1 \rangle$

11. จงหาค่าของ $u \cdot v$

- (1) -2
- (2) -1
- (3) 0
- (4) 1
- (5) 2

12. จงหาค่าของ $|u \times v|$

- (1) $\sqrt{48}$
- (2) $\sqrt{54}$
- (3) $\sqrt{56}$
- (4) $\sqrt{58}$
- (5) $\sqrt{62}$

13. เวกเตอร์ใดขนานกับเวกเตอร์ $u \times v$

- (1) $\langle 1, -2, -3 \rangle$
- (2) $\langle 1, 2, -3 \rangle$
- (3) $\langle -1, 3, -2 \rangle$
- (4) $\langle -1, -2, -3 \rangle$
- (5) $\langle -1, -3, 2 \rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชุน ไชยเสนะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 14 – 15

กำหนดให้ $u = \langle 2, -1, 3 \rangle$ และ $v = \langle 4, -1, 2 \rangle$

14. จงหาเวกเตอร์ภาพฉายของเวกเตอร์ u บนเวกเตอร์ v ($\text{proj}_v u$)

(1) $\langle \frac{30}{7}, \frac{-15}{7}, \frac{45}{7} \rangle$

(2) $\langle \frac{30}{14}, \frac{-15}{14}, \frac{45}{14} \rangle$

(3) $\langle \frac{-6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{11}{7} \rangle$

(4) $\langle \frac{20}{14}, \frac{-5}{14}, \frac{10}{14} \rangle$

(5) $\langle \frac{20}{7}, \frac{-5}{7}, \frac{10}{7} \rangle$

15. จงหาเวกเตอร์ภาพฉายของเวกเตอร์ v บนเวกเตอร์ u ($\text{proj}_u v$)

(1) $\langle \frac{30}{7}, \frac{-15}{7}, \frac{45}{7} \rangle$

(2) $\langle \frac{30}{14}, \frac{-15}{14}, \frac{45}{14} \rangle$

(3) $\langle \frac{-6}{7}, \frac{2}{7}, \frac{11}{7} \rangle$

(4) $\langle \frac{20}{14}, \frac{-5}{14}, \frac{10}{14} \rangle$

(5) $\langle \frac{20}{7}, \frac{-5}{7}, \frac{10}{7} \rangle$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรรชณ ไชยเสนะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 16 – 18

พิจารณานจุด $P_1(2,2,0)$, $P_2(-1,0,2)$ และ $P_3(0,4,3)$

16. จงหาระนาบที่ผ่านจุด P_1 , P_2 และ P_3
- (1) $2x - y + 2z = 2$
 - (2) $4x - 2y + 4z = 4$
 - (3) $20x - 10y + 20z = 20$
 - (4) ถูกทั้งข้อ 1,2 และ 3
 - (5) สำหรับคำตอบข้อ 1,2 และ 3 มีบางคำตอบไม่ถูกต้อง
17. เวกเตอร์ใดต่อไปนี้ตั้งฉากกับระนาบดังกล่าว
- (1) $\langle -2, 1, -2 \rangle$
 - (2) $\langle 50, -25, 50 \rangle$
 - (3) $\langle 4, -2, 4 \rangle$
 - (4) ถูกทั้งข้อ 1,2 และ 3
 - (5) สำหรับคำตอบข้อ 1,2 และ 3 มีบางคำตอบไม่ถูกต้อง
18. พื้นที่ของสามเหลี่ยมที่มีจุด P_1 , P_2 และ P_3 เป็นจุดมุมคือข้อใด
- (1) 3.75 ตารางหน่วย
 - (2) 7.5 ตารางหน่วย
 - (3) 15 ตารางหน่วย
 - (4) 30 ตารางหน่วย
 - (5) 45 ตารางหน่วย



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชน ไชยเสนะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 19 และ 20

กำหนดให้ $u = 3i + 2j + k$, $v = i + j + 2k$ และ $w = i + 3j + 3k$

19. จงหาค่าของ $u \cdot (w \times v)$

- (1) -9
- (2) -5
- (3) 1
- (4) 5
- (5) 9

20. จงหาค่าของ $v \cdot (w \times u)$

- (1) -9
- (2) -5
- (3) 1
- (4) 5
- (5) 9



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชน ไชยเสนะ
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 21 และ 22

ให้เส้นตรง L_1 เป็นไปตามสมการ $L_1 : x = 1 + 2t, y = 2 - t, z = 4 - 2t$

ให้เส้นตรง L_2 เป็นไปตามสมการ $L_2 : x = 9 + t, y = 5 + 3t, z = -4 - t$

21. เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 คือข้อใด

- (1) $\langle 10, -5, -10 \rangle$
- (2) $\langle 0, 1, 3 \rangle$
- (3) $\langle 1, 2, 0 \rangle$
- (4) $\langle 1, 3, -1 \rangle$
- (5) $\langle 2, 1, -2 \rangle$

22. เวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับเส้นตรง L_2 คือข้อใด

- (1) $\langle 10, -5, -10 \rangle$
- (2) $\langle 0, 1, 3 \rangle$
- (3) $\langle 1, 2, 0 \rangle$
- (4) $\langle 1, 3, -1 \rangle$
- (5) $\langle 2, 1, -2 \rangle$

23. จงหามุมระหว่างระนาบ M_1 และ M_2

เมื่อ M_1 คือระนาบ $2x - 3y + 2z = 11$

และ M_2 คือระนาบที่ผ่านจุด $(1, -1, 1)$ และตั้งฉากกับเส้นตรง $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{3}$

- (1) $\pi/2$
- (2) $\pi/3$
- (3) $\pi/4$
- (4) $\pi/6$
- (5) 0



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชน ไชยเสนาะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 24 - 26

ให้เส้นตรง L_1 เป็นไปตามสมการ $L_1 : x = 2 + t, y = 2 + 3t, z = 3 + t$

ให้เส้นตรง L_2 เป็นไปตามสมการ $L_2 : x = 2 + t, y = 3 + 4t, z = 4 + 2t$

24. จุดตัดระหว่างเส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 คือข้อใด

- (1) (2,1,2)
- (2) (2,2,4)
- (3) (1,-1,-2)
- (4) (1,-1,2)
- (5) (2,-1,4)

25 มุมระหว่างเส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 คือข้อใด

- (1) $\cos^{-1}\left(\frac{15}{\sqrt{231}}\right)$
- (2) $\cos^{-1}\left(\frac{5}{\sqrt{77}}\right)$
- (3) $\cos^{-1}\left(\frac{15}{231}\right)$
- (4) $\cos^{-1}\left(\frac{15}{77}\right)$
- (5) $\cos^{-1}\left(\frac{5}{77}\right)$



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชุน ไชยเสนาะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัญจนุช.....

26. เส้นตรงใดคือเส้นตรงที่ตั้งฉากกับเส้นตรง L_1 และเส้นตรง L_2 และผ่านจุดตัดระหว่างเส้นตรงทั้งสองเส้น

- (1) $L: x=2+t, y=1+3t, z=2+t$
- (2) $L: x=1+t, y=-1+3t, z=2+t$
- (3) $L: x=1+2t, y=-1-t, z=2+t$
- (4) $L: x=3+2t, y=-2-t, z=3+t$
- (5) มีข้อถูกมากกว่า 1 ข้อ

27. จุดใดคือจุดที่เส้นตรง $L: x=1+2t, y=1+5t, z=3t$ ตัดกับระนาบ $x+y+z=2$

- (1) $(3, 6, 3)$
- (2) $\left(2, \frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$
- (3) $(1, 1, 0)$
- (4) $\left(20, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$
- (5) $(-1, -4, -3)$

28. ฟังก์ชันเชิงเวกเตอร์ใดต่อไปนี้มีความยาวเป็นค่าคงตัว

- (1) $\mathbf{r}(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$
- (2) $\mathbf{r}(t) = (\cos t)\mathbf{i} + (\sin t)\mathbf{j} + \mathbf{k}$
- (3) $\mathbf{r}(t) = e\mathbf{i} + \sin(t^3)\mathbf{j} + \cos(t^3)\mathbf{k}$
- (4) ถูกทั้งข้อ 1, 2 และ 3
- (5) สำหรับคำตอบข้อ 1, 2 และ 3 มีบางคำตอบไม่ถูกต้อง



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชุน ไชยเสนาะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัญจนุช.....

29. ให้ $r(t) = (\cos 2t)\mathbf{i} + (\sin 2t)\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ เวกเตอร์ใดตั้งฉากกับเวกเตอร์ $r'(t)$

- (1) $s(t) = (\sin 2t)\mathbf{i} + (\cos 2t)\mathbf{j}$
- (2) $s(t) = -(\sin 2t)\mathbf{i} + (\cos 2t)\mathbf{j}$
- (3) $s(t) = -(2 \sin 2t)\mathbf{i} + (2 \cos 2t)\mathbf{j}$
- (4) $s(t) = (\cos 2t)\mathbf{i} + (\sin 2t)\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$
- (5) $s(t) = (2 \cos 2t)\mathbf{i} - (2 \sin 2t)\mathbf{j} - \mathbf{k}$

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 30 – 31

ให้ $r(t) = (\sec t)\mathbf{i} + (\tan t)\mathbf{j} + \frac{4t}{3}\mathbf{k}$ เป็นฟังก์ชันเชิงเวกเตอร์ที่บอกตำแหน่งของวัตถุ ณ เวลา t ใดๆ โดยระยะทางมีหน่วยเป็นเมตร และเวลามีหน่วยเป็นวินาที

30. จงหาความเร็วของวัตถุ ณ เวลา $t = \frac{\pi}{4}$

- (1) $\langle \frac{1}{\sqrt{2}}, 2, \frac{4}{3} \rangle$ เมตร/วินาที
- (2) $\langle \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, \frac{4}{3} \rangle$ เมตร/วินาที
- (3) $\langle \sqrt{2}, 2, \frac{4}{3} \rangle$ เมตร/วินาที
- (4) $\langle \sqrt{2}, \frac{1}{2}, \frac{4}{3} \rangle$ เมตร/วินาที
- (5) $\langle \sqrt{2}, \frac{1}{2}, \frac{\pi}{3} \rangle$ เมตร/วินาที

31. จงหาอัตราเร็วของวัตถุ ณ เวลา $t = \frac{\pi}{6}$

- (1) 1 เมตร/วินาที
- (2) 2 เมตร/วินาที
- (3) 3 เมตร/วินาที
- (4) 4 เมตร/วินาที
- (5) 5 เมตร/วินาที

อาจารย์ผู้สอน.....



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชน ไชยเสนะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

32. จงหาค่าของ $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^4 - y^4}{x - y}$
- (1) 0
 (2) 1
 (3) 2
 (4) 4
 (5) หาค่าไม่ได้

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 33 – 34

กำหนดให้ $f(x, y) = e^{-xy} + xy$

33. จงหาความชันของพื้นผิว $z = f(x, y)$ ในทิศทางของแกน x ณ จุด (0,1)
- (1) -1
 (2) 0
 (3) 1
 (4) 2
 (5) 4
34. จงหาความชันของพื้นผิว $z = f(x, y)$ ในทิศทางของแกน y ณ จุด (1,0)
- (1) -2
 (2) -1
 (3) 0
 (4) 1
 (5) 2

อาจารย์ผู้สอน.....



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชน ไชยเสนาะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

35. จงหาค่า $\frac{dy}{dx}$ ถ้า $y^2 = x^2 + \sin(xy)$

(1) $\frac{2x + y \cos(xy)}{2y - x \cos(xy)}$

(2) $\frac{-2x - y \cos(xy)}{2y - x \cos(xy)}$

(3) $\frac{2x + \cos(xy)}{2y - \cos(xy)}$

(4) $\frac{-2x - \cos(xy)}{2y + \cos(xy)}$

(5) $\frac{-2x + \cos(xy)}{2y + \cos(xy)}$

36. จงหาค่า $f_{xy}(1,1)$ ถ้า $f(x, y) = e^{xy} + x \ln y + y \ln x$

(1) 1

(2) e

(3) $e+1$

(4) $e+2$

(5) $2e+2$

อาจารย์ผู้สอน.....



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชุน ไชยเสนาะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 37 – 38

ให้ $z = x^2y^2$, $x = u \cos v$, $y = u \sin v$

37. จงหาค่า ของ $\left. \frac{\partial z}{\partial u} \right|_{(u,v)=(1, \frac{\pi}{4})}$

- (1) -1
- (2) 0
- (3) 1
- (4) $\sqrt{2}$
- (5) 2

38. จงหาค่า $\left. \frac{\partial z}{\partial v} \right|_{(u,v)=(1, \frac{\pi}{4})}$

- (1) -1
- (2) 0
- (3) 1
- (4) $\sqrt{2}$
- (5) 2



ชื่อ - สกุล.....เลขประจำตัว.....เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชุน ไชยเสนะ.....
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

จงใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 39 – 40

กำหนดให้ $f(x, y, z) = x^2y - yz^3 + z$

39. จงหา $\nabla f|_{(x,y,z)=(1,-2,0)}$

- (1) $\langle -1, 1, -4 \rangle$
- (2) $\langle 1, 1, -4 \rangle$
- (3) $\langle 1, -4, 1 \rangle$
- (4) $\langle -4, 1, 0 \rangle$
- (5) $\langle -4, 1, 1 \rangle$

40. จงหาอนุพันธ์ของ f ในทิศทางของเวกเตอร์ $\langle 2, 1, -2 \rangle$

- (1) -9
- (2) -3
- (3) 1
- (4) 3
- (5) 9



ชื่อ - สกุล..... เลขประจำตัว..... เลขที่นั่งสอบ.....
 รหัสวิชา 103102 ชื่อวิชา CALCULUS 2 อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชุน ไชยเสนะ
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช.....

1. จงหาจุดที่เส้นตรง L ตัดกับระนาบ P

โดยที่เส้นตรง L ผ่านจุด $\left(\frac{8}{3}, 0, 1\right)$ และขนานกับเวกเตอร์ $2i - 2j + k$

และระนาบ P ผ่านจุด $\left(4, -4, \frac{1}{3}\right)$ และตั้งฉากกับเวกเตอร์ $3i + 2j + 6k$



ชื่อ - สกุล เลขประจำตัว เลขที่นั่งสอบ
 รหัสวิชา **103102** ชื่อวิชา **CALCULUS 2** อาจารย์ผู้สอน - ผศ. ดร. อรชุน ไชยเสนาะ
 - อ.ดร. เจษฎา ตัณฑนุช

2. กำหนดให้ $z = x^2 + 2xy + y^2$, $x = \tan^{-1}(uv)$, $y = \cos\left(\frac{u}{v}\right)$

จงหา $\frac{\partial z}{\partial u} \Big|_{u=0, v=1}$ และ $\frac{\partial z}{\partial v} \Big|_{u=0, v=1}$