ฟังก์ชัน

ฟังก์ชันเป็นรูปแบบหนึ่งของความสัมพันธ์ แต่มีกฎเกณฑ์มากกว่านั่นคือ

ถ้า f เป็นความสัมพันธ์

$$f = \{(x, y) : x \in X , y \in Y\}$$

หรือเราสามารถเขียนฟังก์ชัน f ในอีกรูปแบบหนึ่งคือ

$$f : X \to Y$$

ฟังก์ชัน

$$f = \{(x, y) : x \in X , y \in Y\}$$

$$f : X \to Y$$

โดเมน (Domain)

โคโดเมน (Co-domain)

$$f = \{(x, y) : x \in X , y \in Y\}$$

$$f : X \to Y$$

ถ้า f เป็นความสัมพันธ์โดยที่

1. สมาชิกทุกตัวใน Domain ต้องปรากฏอยู่ในส่วนหน้าของคู่ลำดับ

$$(x, y) \in f$$

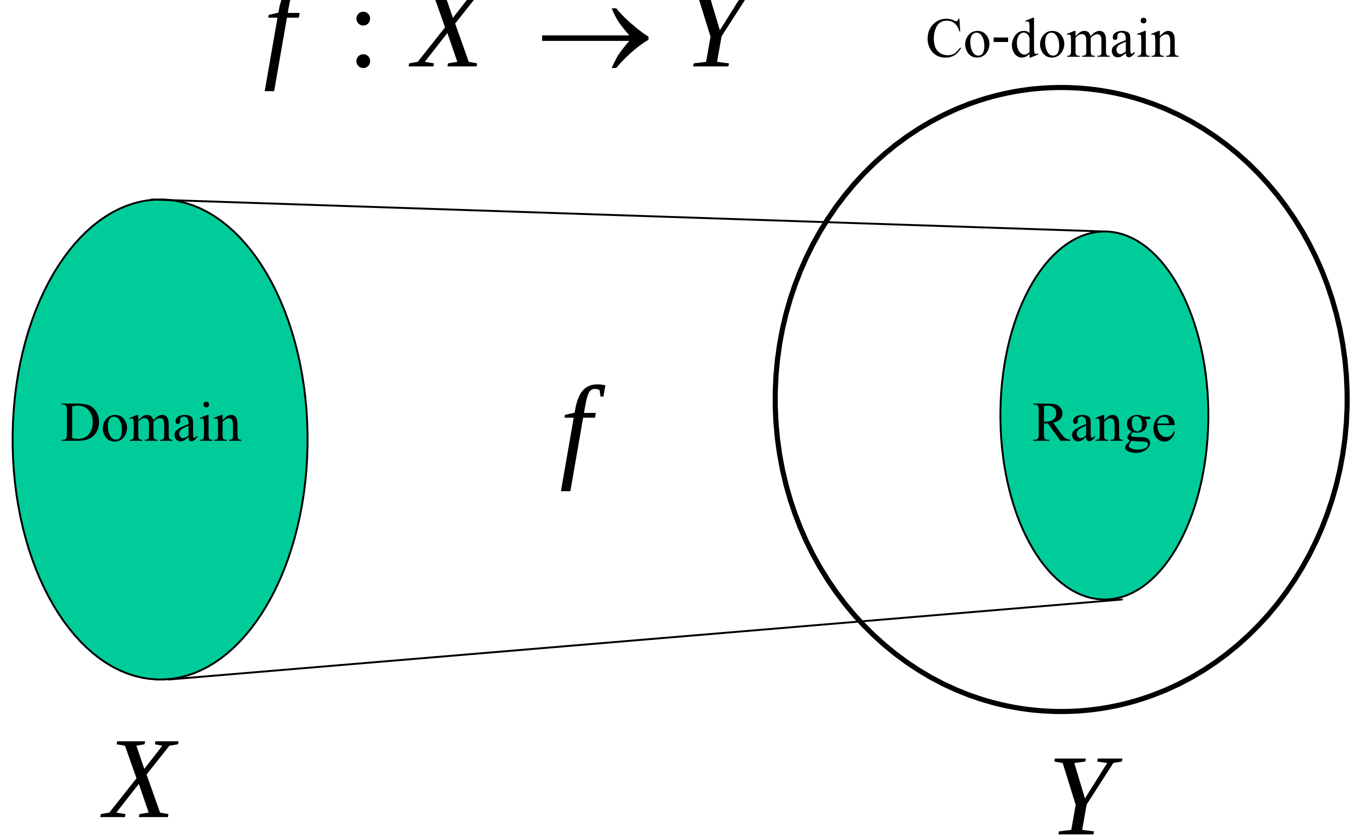
2. ถ้ามี (a, y_1) และ (a, y_2) อยู่ใน f แล้ว

$$y_1 = y_2$$

เราเรียกเซตของ $f(x)$ เมื่อ $x \in$ **โดเมน**ว่า

เรนจ์ (Range) หรือ **ภาพฉาย** (Image) ของ $f(x)$

$$f : X \to Y$$



ฟังก์ชันผกผัน (inverse function)

ถ้า f เป็นฟังก์ชันซึ่ง $f : X \to Y$

ถ้า g เป็นฟังก์ชันซึ่ง $f(g(x)) = x$

สำหรับบางจำนวน $x \in Y$ แล้ว

เราเรียก g ว่าฟังก์ชันผกผันของ f

โดยทั่วไปมักใช้สัญลักษณ์ f^{-1} แทนฟังก์ชันผกผันของ f

ระวัง!!! $f^{-1} \neq \dfrac{1}{f}$

เช่น $2^{-1} = \dfrac{1}{2}$ แต่ $\sin^{-1} x \neq \dfrac{1}{\sin x}$

ตัวอย่างการหาฟังก์ชันผกผัน

จงหาฟังก์ชันผกผันของ $f(x)$

เมื่อ $f(x)=\dfrac{x}{2}+1$

จากเงื่อนไขของฟังก์ชันผกผัน

$$f\left(f^{-1}(y)\right)=y$$

จงหาฟังก์ชันผกผันของ $f(x)$

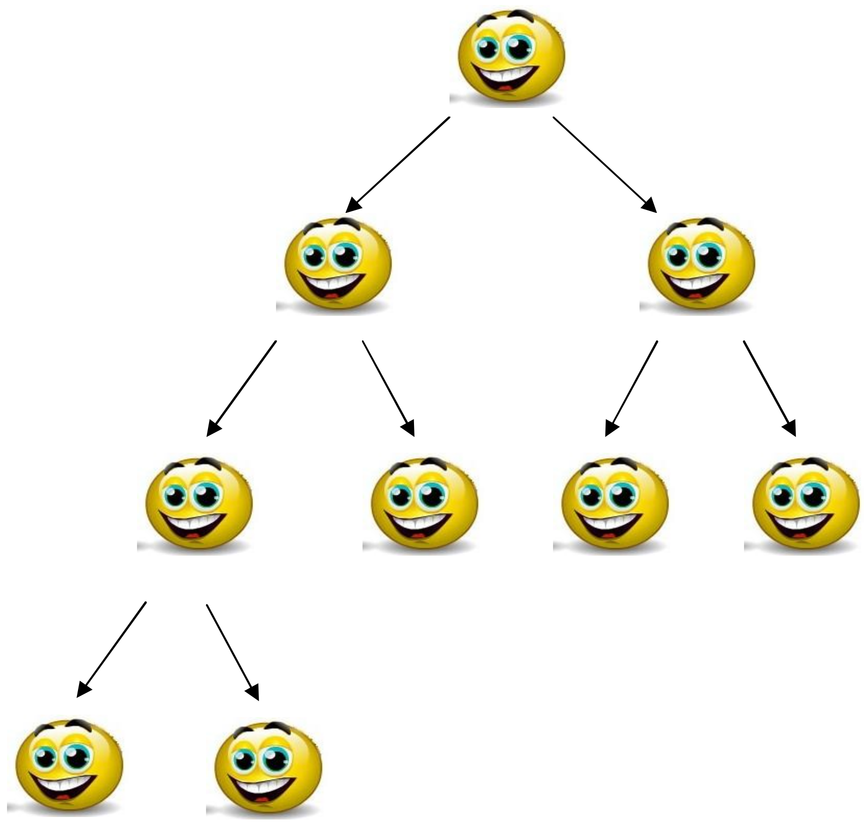
เมื่อ $f(x)=\dfrac{3-x}{2}+1$

การวาดกราฟของฟังก์ชันผกผัน

จงวาดกราฟของฟังก์ชันผกผันของ $f(x)$

เมื่อ $f(x) = \frac{x}{2} + 1$

ฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันยกกำลัง



ฟังก์ชันผกผันของฟังก์ชันยกกำลัง

ฟังก์ชันลอการิทึม (logarithm function)

$$f(x) = 2^x \qquad f^{-1}(x) = \log_2 x$$

$$f(x) = 3^x \qquad f^{-1}(x) = \log_3 x$$

$$f(x) = 10^x \qquad f^{-1}(x) = \log x = \log_{10} x$$

ความหมายของฟังก์ชันลอการิทึม

$$y = \log_2 x$$

ความหมายของฟังก์ชันลอการิทึม

$$y = \log_3 x$$

ความหมายของฟังก์ชันลอการิทึม

$$y = \log_{10} x$$

คุณสมบัติของฟังก์ชันลอการิทึม

1. $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

2. $\log_a \frac{x}{y} =$

3. $\log_a x^n =$

4. $\log_a \left(\frac{1}{x^n}\right) =$

5. $\log_a a =$

6. $\log_a 1 =$

7. $\log_a 0 =$

8. $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

9. $$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

10. $$a^{\log_a b} =$$

$$3^{\log_3 \sqrt{27}} =$$

$$2^{-\log_2 3} =$$

กราฟ $y = f(x)$

$$f(x) = \log_2 x$$

กราฟ $y = f(x)$

$$f(x) = \log_3 x$$

กราฟ $y = f(x)$

$f(x) = \log_3 x$

$f(x) = \log_2 x$

ลำดับและอนุกรม (sequences and series)

ลำดับและอนุกรม ในทางคณิตศาสตร์ หมายถึง รูปแบบของตัวเลข และ ผลรวมของตัวเลข ซึ่งมีลักษณะที่สามารถคาดเดาได้ เช่น

a.) 1,1,1, … b.)1,2,3,4,5,…

c.) 1,2,4,8,16,… d.) 1,1,2,3,5,8,13,…

e.)1+1+1+1+… f.) 1+2+3+4+5+6+…

ลำดับ (sequences)

ลำดับเป็นฟังก์ชัน ซึ่งส่งจากจำนวนนับไปยังจำนวนจริง

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$$

เรามักใช้สัญกรณ์

$$a_1 = f(1)$$

$$a_2 = f(2)$$

$$a_3 = f(3)$$

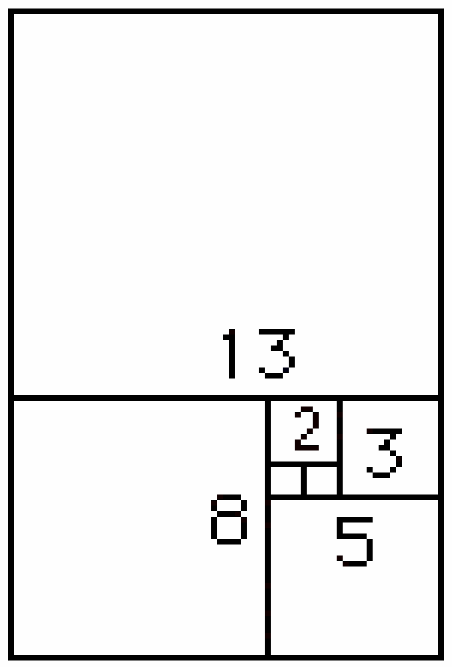
$$\vdots$$

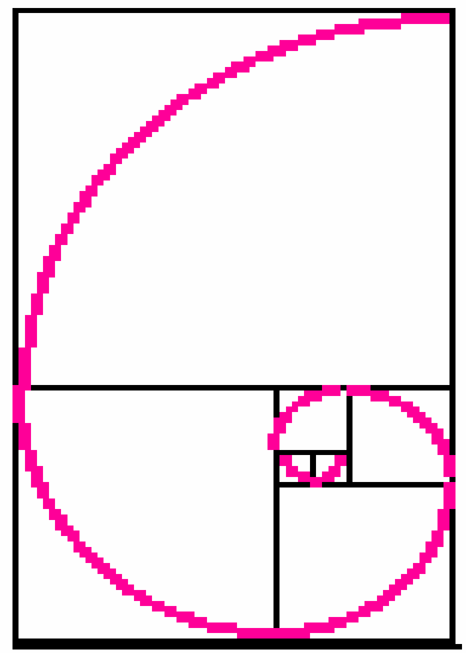
$$a_n = f(n)$$

คณิตศาสตร์ในธรรมชาติ

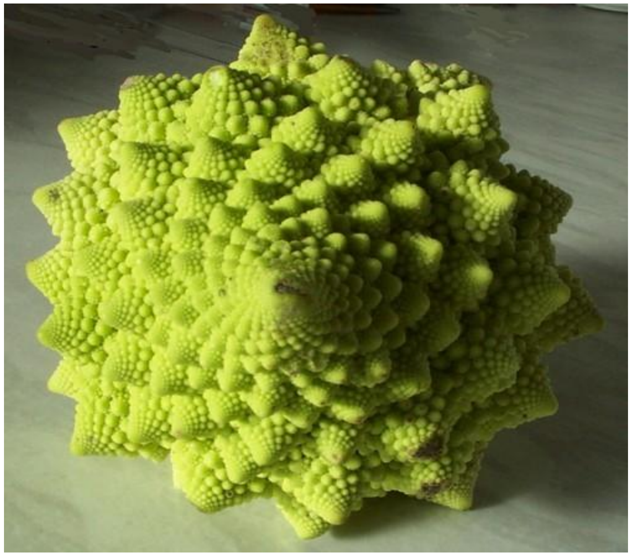
ลำดับ Fibonacci

1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89

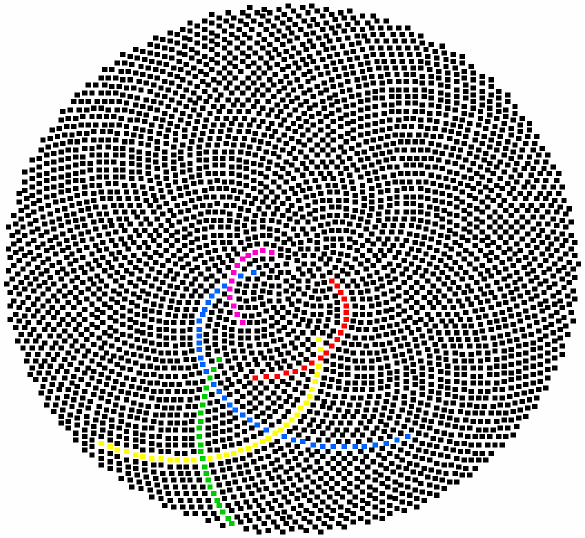




http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci/fibnat.html#spiral

http://www.popmath.org.uk/rpamaths/rp
ampages/sunflower.html



http://www.mcs.surrey.ac.uk/Personal/R.Knott/Fibonacci

จงหา a_n จากลำดับต่อไปนี้

$1,1,1, \ldots$

จงหา a_n จากลำดับต่อไปนี้

$1,1.1,1.01,1.001, \ldots$

จงหา a_n จากลำดับต่อไปนี้

1,2,3, …

จงหา a_n จากลำดับต่อไปนี้

2,4,6,8, …

จงหา a_n จากลำดับต่อไปนี้

$12, 14, 16, 18, \ldots$

จงหา a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 เมื่อ a_n มีค่า

$$a_n = 10 + 2n$$

จงหา a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 เมื่อ a_n มีค่า

$$a_n = 3 \cdot 2^n$$

จงหา a_3, a_4, a_5, a_6, a_7 เมื่อ a_n มีค่า

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \qquad a_1 = 1, a_2 = 1$$

ลำดับเลขคณิต (arithmetic sequences)

ลำดับเลขคณิต หมายถึง ลำดับที่มี**ผลต่างร่วม** (common difference) หรือ

$$d = a_n - a_{n-1}$$

เป็นค่าคงตัว

ตัวอย่างลำดับเลขคณิต

1,1,1, …

เป็นลำดับที่มีผลต่างร่วมคือ

ตัวอย่างลำดับเลขคณิต

1,2,3,4,5,…

เป็นลำดับที่มีผลต่างร่วมคือ

ตัวอย่างลำดับเลขคณิต

3,4,5,6,7,…

เป็นลำดับที่มีผลต่างร่วมคือ

รูปแบบของลำดับเลขคณิต

ลำดับเลขคณิต จะมีรูปแบบคือ

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, a_1 + 3d, \ldots$$

ซึ่งทำให้ได้ว่า

$$a_n =$$

จงหาพจน์ที่ 20 และ 40 ของลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

$3, 7, 11, 15, \ldots$

$13, 10, 7, 4, \ldots$

ถ้าพจน์ที่ 6 และพจน์ที่ 10 ของลำดับเลขคณิตหนึ่งมีค่าเป็น 22 และ 38 ตามลำดับ

จงหาพจน์ที่ 1 และ 100 ของลำดับเลขคณิตดังกล่าว

ลำดับเรขาคณิต (geometric sequences)

ลำดับเรขาคณิต หมายถึง ลำดับที่มี**อัตราส่วนร่วม** (common ratio) หรือ

$$r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

เป็นค่าคงตัว

ตัวอย่างลำดับเรขาคณิต

1,1,1, …

เป็นลำดับที่มีอัตราส่วนร่วมคือ

ตัวอย่างลำดับเรขาคณิต

1,-1,1,-1,1,…

เป็นลำดับที่มีอัตราส่วนร่วมคือ

ตัวอย่างลำดับเลขคณิต

2,4,8,16,32,…

เป็นลำดับที่มีอัตราส่วนร่วมคือ

รูปแบบของลำดับเรขาคณิต

ลำดับเรขาคณิต จะมีรูปแบบคือ

$$a_1, a_1 \bullet r, a_1 \bullet r^2, a_1 \bullet r^3, \ldots$$

ซึ่งทำให้ได้ว่า

$$a_n =$$

จงหาพจน์ที่ 5 และ 10 ของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

$$5, 10, 20, \ldots$$

$$2, -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \ldots$$

ถ้าพจน์ที่ 3 และพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิตหนึ่งมีค่าเป็น 15 และ 120 ตามลำดับ

จงหาพจน์ที่ 1 และ อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตดังกล่าว

อนุกรม (series)

อนุกรมเป็นฟังก์ชัน ซึ่งอยู่ในรูปของผลบวกของลำดับ

เช่น 1+1+1+1+...

1+2+3+4+...

1-1+1-1+-...

1+2+4+8+16+...

อนุกรมเลขคณิต (arithmetic series)

อนุกรมเลขคณิต หมายถึง อนุกรมที่มีพจน์ของผลบวกภายในอยู่ในรูป**<u>ลำดับเลขคณิต</u>** หรือ

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

โดย $a_1, a_2, \ldots, a_n$ เป็นลำดับเลขคณิต

ตัวอย่างอนุกรมเลขคณิต

$$\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{n-\text{พจน์}}$$

ตัวอย่างอนุกรมเลขคณิต

$$\underbrace{1-1+1-+\cdots+1}_{n-\text{พจน์}}$$

ตัวอย่างอนุกรมเลขคณิต

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 100$$

รูปแบบของอนุกรมเลขคณิต

อนุกรมเลขคณิต จะมีรูปแบบคือ

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$$= a_1 + \left(a_1 + d\right) + \left(a_1 + 2d\right) + \cdots + \left(a_1 + (n-1)d\right)$$

ซึ่งทำให้ได้ว่า

$$S_n =$$

จงหาค่าอนุกรมเลขคณิต

$$3+5+7+\cdots+101$$

จงหาค่าอนุกรมเลขคณิต

$$10 + 7 + 4 + 1 + \cdots + (-32)$$

อนุกรมเรขาคณิต (geometic series)

อนุกรมเรขาคณิต หมายถึง อนุกรมที่มีพจน์ของผลบวกภายในอยู่ในรูป**ลำดับเรขาคณิต** หรือ

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

โดย $a_1, a_2, \ldots, a_n$ เป็นลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างอนุกรมเรขาคณิต

$$\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{n-\text{พจน์}}$$

ตัวอย่างอนุกรมเรขาคณิต

$$\underbrace{1-1+1-+\cdots+1}_{n-\text{พจน์}}$$

ตัวอย่างอนุกรมเรขาคณิต

$$1 + 2 + 4 + \cdots + 1024$$

รูปแบบของอนุกรมเรขาคณิต

อนุกรมเรขาคณิต จะมีรูปแบบคือ

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$
$$= a_1 + \left(a_1 \bullet r\right) + \left(a_1 \bullet r^2\right) + \cdots + \left(a_1 \bullet r^{n-1}\right)$$

ซึ่งทำให้ได้ว่า

$$S_n =$$

รูปแบบของอนุกรมเรขาคณิต

$$S_n = a_1 \frac{r^n - 1}{r - 1}$$

หรือ

$$S_n = a_1 \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

เมื่อ $r \neq 1$

ตัวอย่างอนุกรมเรขาคณิต

$$1+2+4+\cdots+1024$$

จงหาค่าอนุกรมเรขาคณิต

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2^{10}}$$

จงหาค่าอนุกรมเรขาคณิต 8 พจน์ของอนุกรม

$$2 + 6 + 18 + 54 + \cdots$$