

# ฟังก์ชัน

ฟังก์ชันเป็นรูปแบบหนึ่งของความสัมพันธ์ แต่มีกฎเกณฑ์มากกว่า  
นั่นคือ

ถ้า  $f$  เป็นความสัมพันธ์

$$f = \{(x, y) : x \in X, y \in Y\}$$

หรือเราสามารถเขียนฟังก์ชัน  $f$  ในอีกรูปแบบหนึ่งคือ

$$f : X \rightarrow Y$$

# ฟังก์ชัน

$$f = \{(x, y) : x \in X, y \in Y\}$$

$$f : X \rightarrow Y$$

โดเมน (Domain)



โคโดเมน (Co-domain)



$$f = \{(x, y) : x \in X, y \in Y\}$$

$$f : X \rightarrow Y$$

ถ้า  $f$  เป็นความสัมพันธ์โดยที่

1. สมาชิกทุกตัวใน Domain ต้องปรากฏอยู่ในส่วนหน้าของ

คู่ลำดับ  $(x, y) \in f$

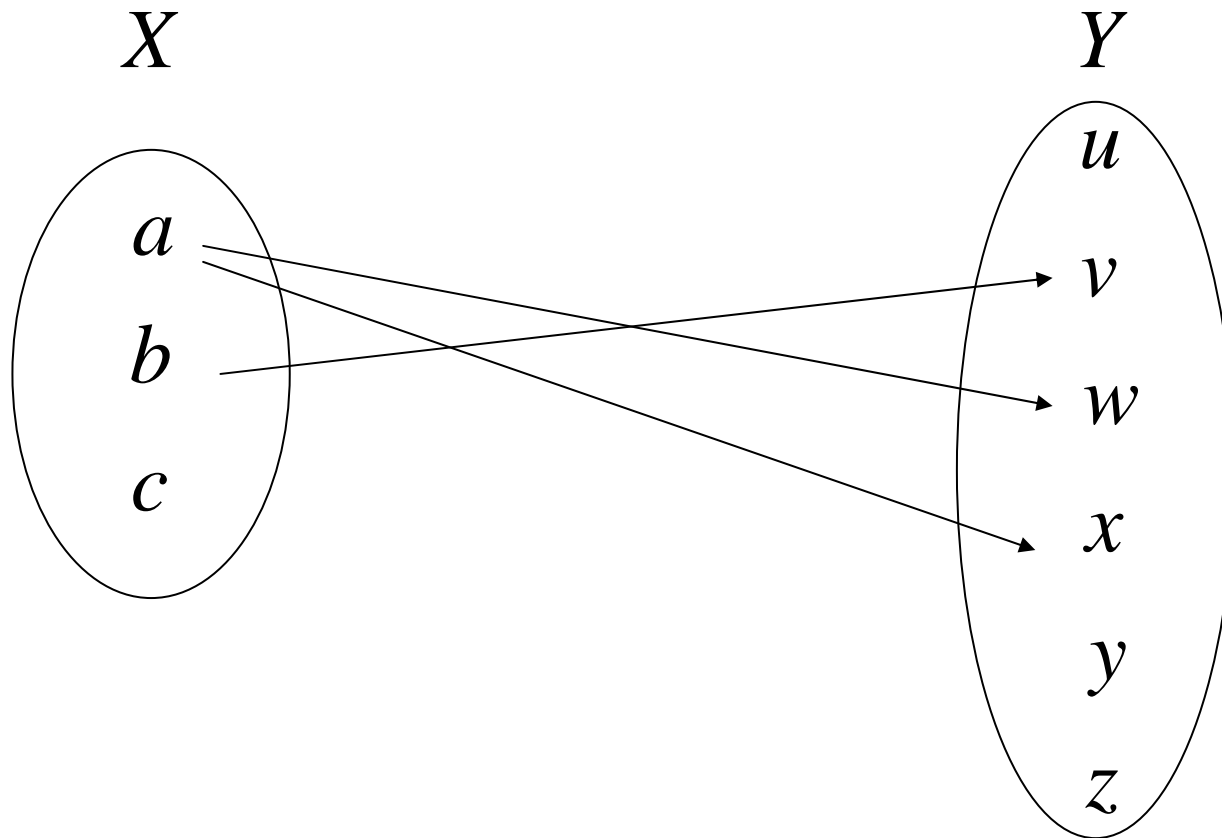
2. ถ้ามี  $(a, y_1)$  และ  $(a, y_2)$  อยู่ใน  $f$  แล้ว

$$y_1 = y_2$$

# ตัวอย่าง

$$X = \{a, b, c\}$$

$$Y = \{u, v, w, x, y, z\}$$

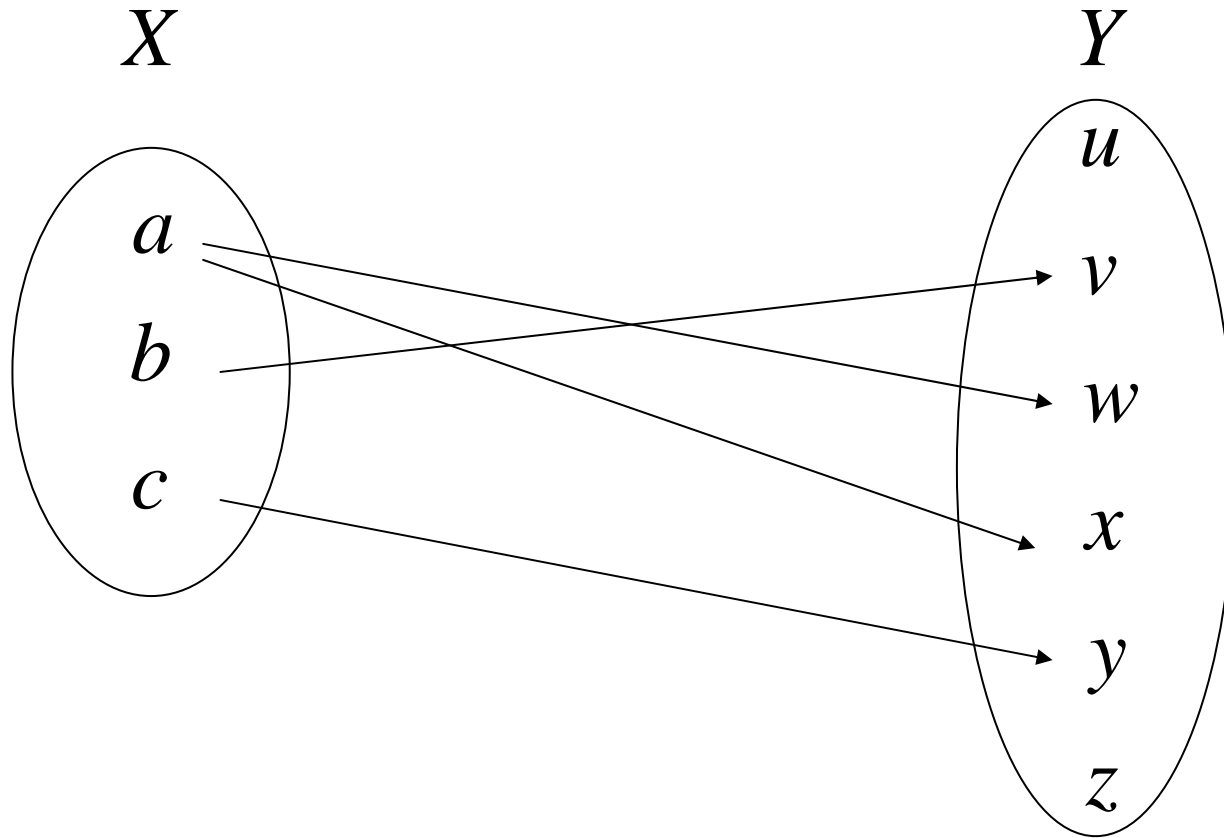


$$R = \{(a, w), (a, x), (b, v)\}$$

# ตัวอย่าง

$$X = \{a, b, c\}$$

$$Y = \{u, v, w, x, y, z\}$$

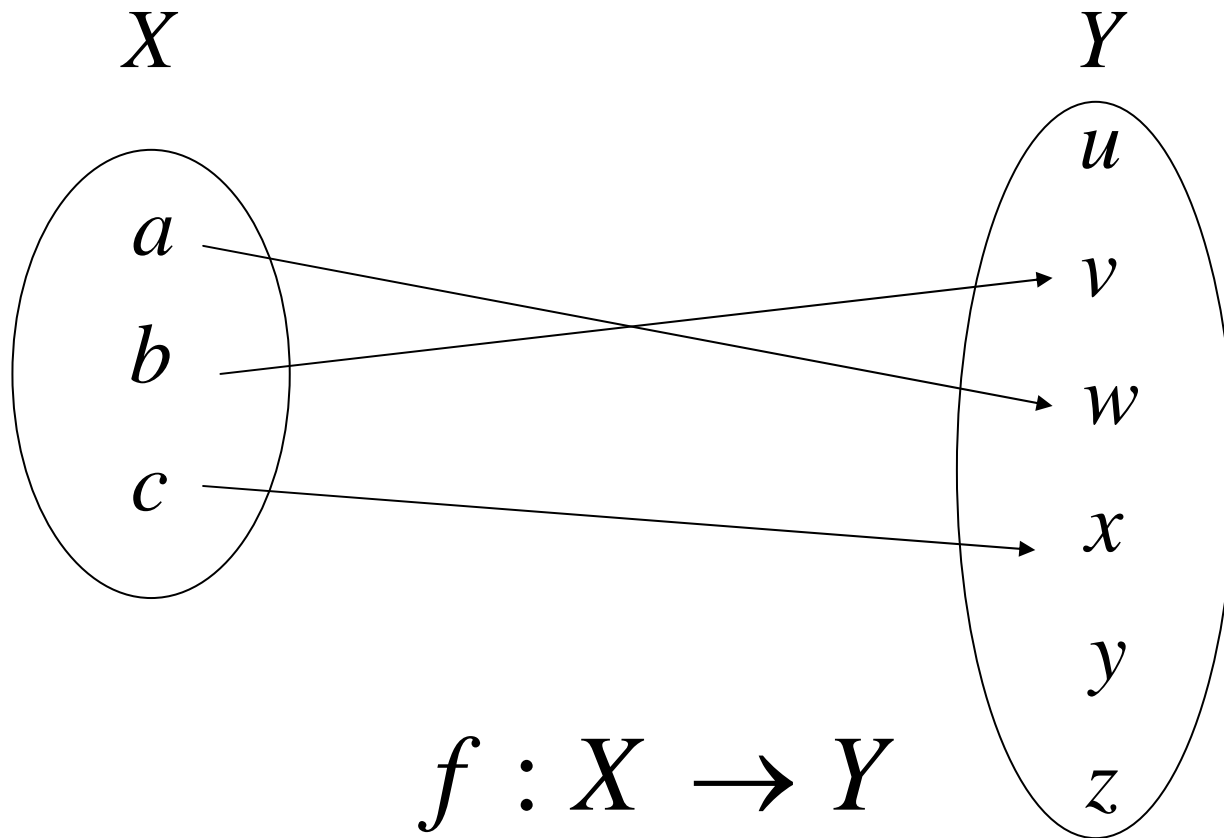


$$R = \{(a, w), (a, x), (b, v), (c, y)\}$$

# ตัวอย่าง

$$X = \{a, b, c\}$$

$$Y = \{u, v, w, x, y, z\}$$

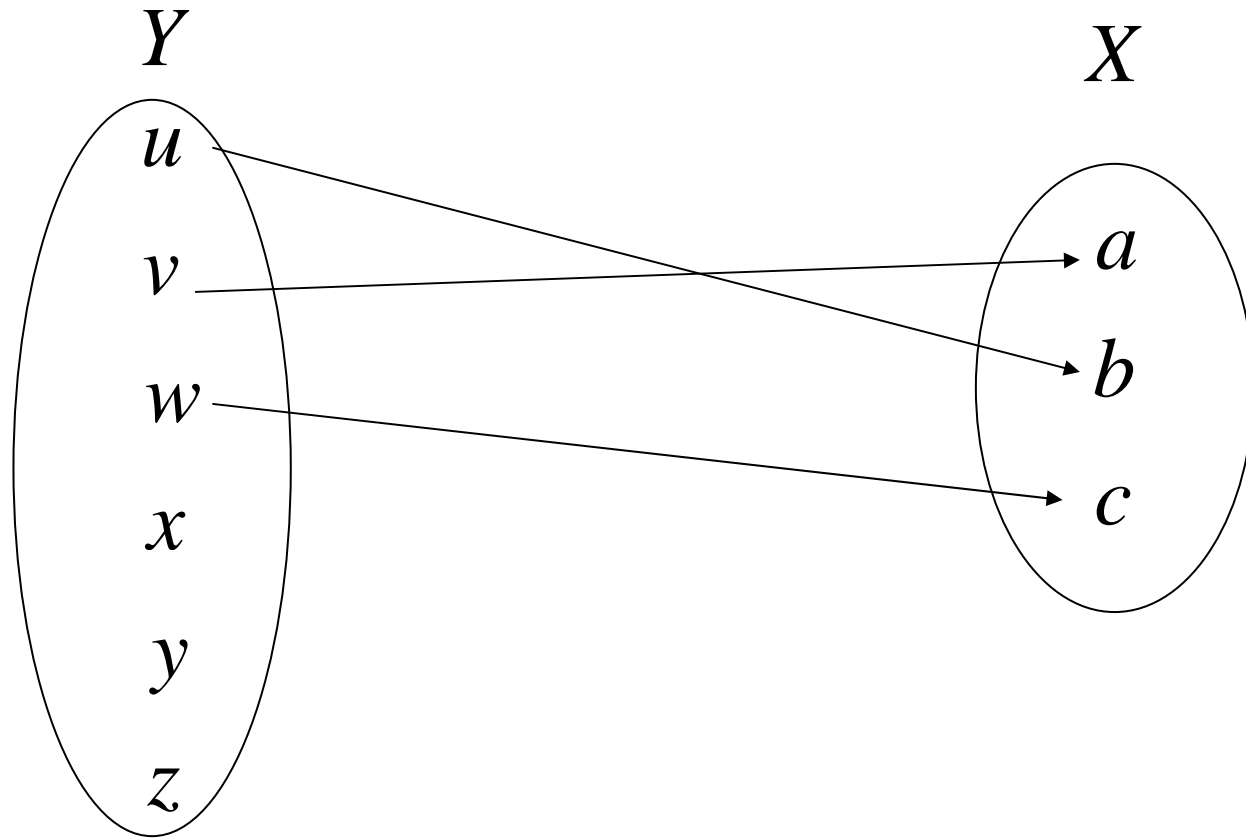


$$f = \{(a, w), (b, v), (c, x)\}$$

# ตัวอย่าง

$$Y = \{u, v, w, x, y, z\}$$

$$X = \{a, b, c\}$$

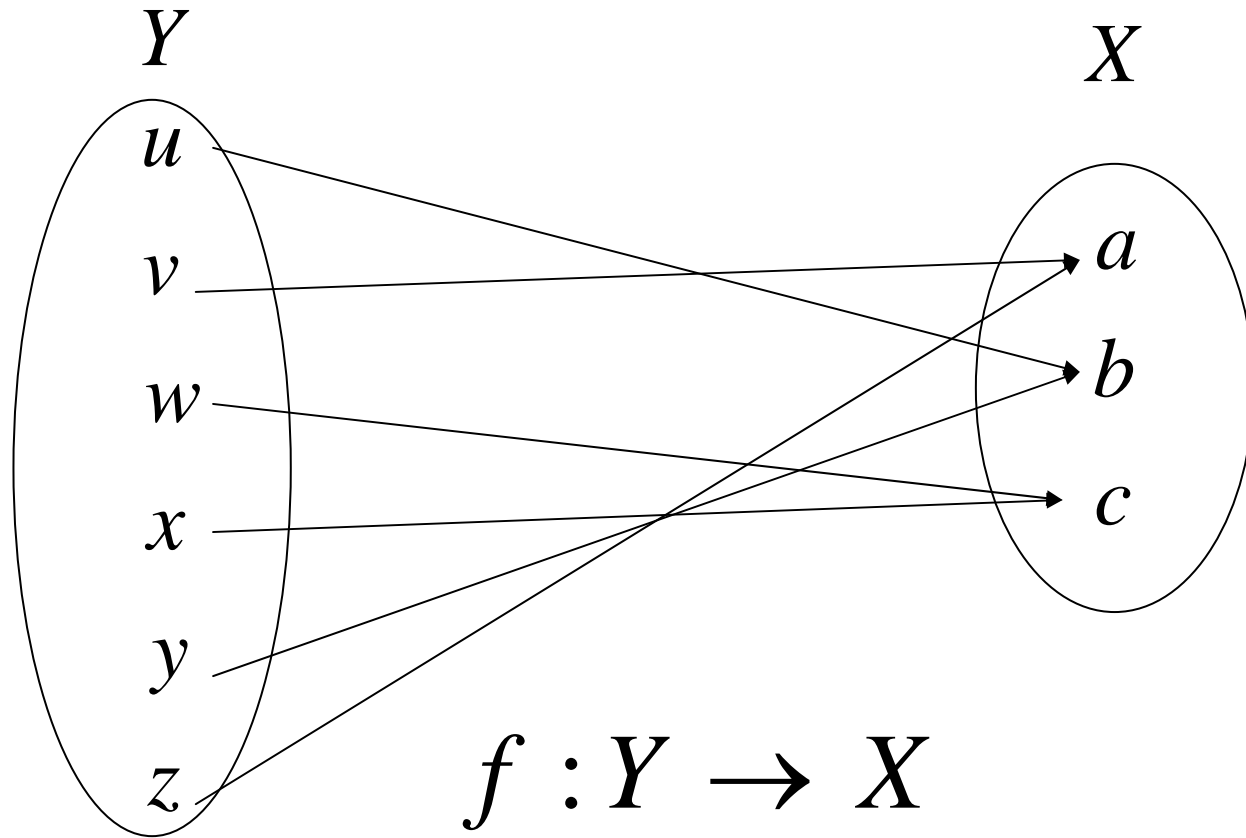


$$R = \{(u, b), (v, a), (w, c)\}$$

# ตัวอย่าง

$$Y = \{u, v, w, x, y, z\}$$

$$X = \{a, b, c\}$$



$$f : Y \rightarrow X$$

$$f = \{(u, b), (v, a), (w, c), (x, c), (y, b), (z, a)\}$$



เนื่องจากฟังก์ชัน เป็นความสัมพันธ์ที่ สมาชิกใน  
โดเมน ปรากฏอยู่ในคู่ลำดับเพียงครั้งเดียว ดังนั้น  
อาจเขียนฟังก์ชันในรูปแบบอย่างย่อได้ ตัวอย่างเช่น

$$f = \{(u, b), (v, a), (w, c), (x, c), (y, b), (z, a)\}$$

$$f(u) = b$$

$$f(x) = c$$

$$f(v) = a$$

$$f(y) = b$$

$$f(x) = c$$

$$f(z) = a$$

# ตัวอย่าง

$$f(x) = x^2$$

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

โดเมน เป็นจำนวนจริงใดๆ

โคโดเมน เป็นจำนวนจริงใดๆ

# ตัวอย่าง


$$f(x) = x^2$$

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

โดเมน เป็นจำนวนจริงใดๆ



โคโดเมน เป็นจำนวนจริงบวกและ 0



# ตัวอย่าง

$$f(x) = x^2$$

$$f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

โดเมน เป็นจำนวนช่วงปิด  $[0, 1]$

โคโดเมน เป็นจำนวนจริงใดๆ

# ตัวอย่าง

$$f(x) = x^2$$

$$f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

โดเมน เป็นจำนวนช่วงปิด  $[0, 1]$

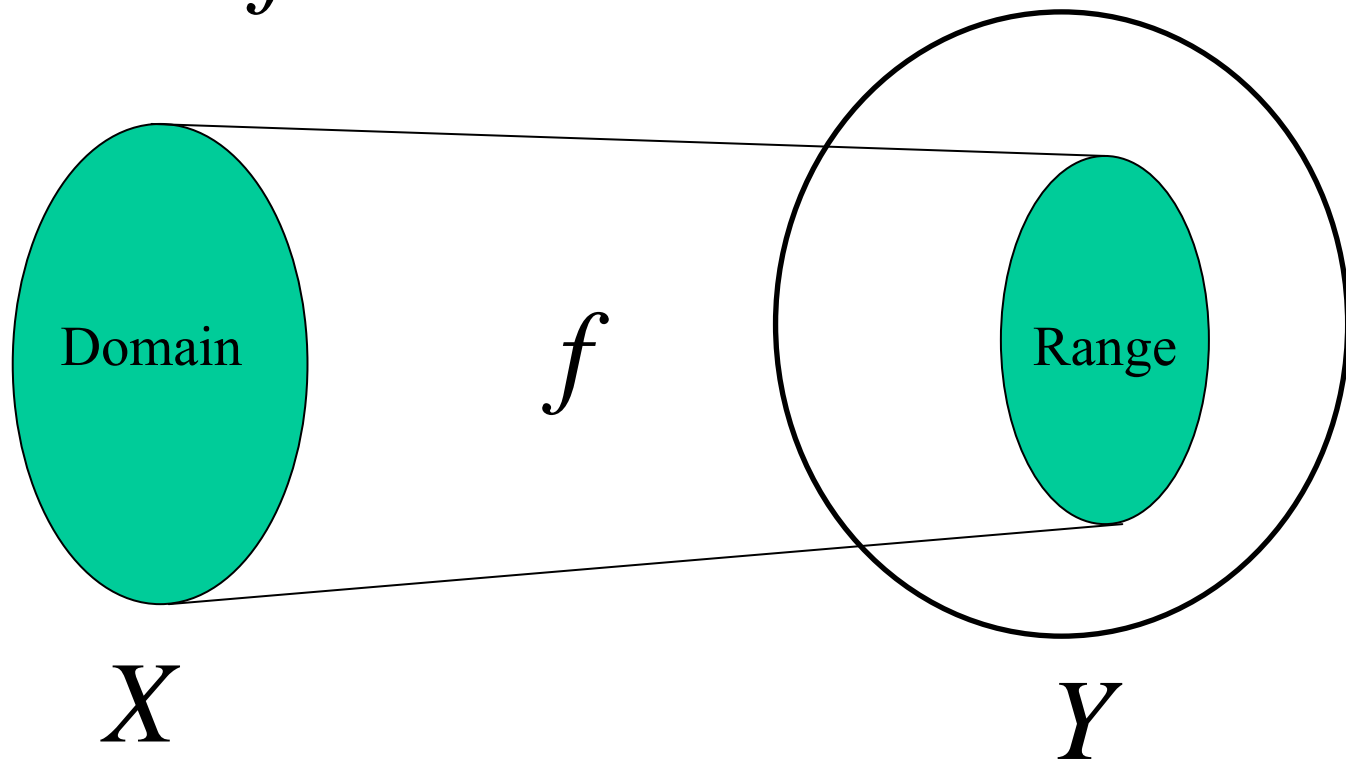
โคโดเมน เป็นช่วงปิด  $[0, 1]$

เราเรียกเซตของ  $f(x)$  เมื่อ  $x \in$  โดเมนว่า

เรนจ์ (Range) หรือ ภาพฉาย (Image) ของ  $f(x)$

$$f : X \rightarrow Y$$

Co-domain



# ตัวอย่าง

$$f(x) = x^2$$

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

โดเมน เป็นจำนวนจริงใดๆ

โคโดเมน เป็นจำนวนจริงใดๆ

แต่ Range เป็นจำนวนจริงบวกและ 0 !!!

$$\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

# ตัวอย่าง

$$f(x) = x^2$$

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$

โดเมน เป็นจำนวนจริงใดๆ

โคโดเมน เป็นจำนวนจริงบวกและ 0

และ Range เป็นจำนวนจริงบวกและ 0 !!!

$$\mathbb{R}^+ \cup \{0\}$$



# ตัวอย่าง

$$f(x) = x^2$$

$$f : [0, 1] \rightarrow R$$

โดเมน เป็นจำนวนช่วงปิด  $[0, 1]$

โคโดเมน เป็นจำนวนจริงใดๆ

แต่ Range เป็นจำนวนช่วงปิด  $[0, 1]$  !!!

# ตัวอย่าง

$$f(x) = x^2$$

$$f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$$

โดเมน เป็นจำนวนช่วงปิด  $[0, 1]$

โคโดเมน เป็นช่วงปิด  $[0, 1]$

และ Range เป็นจำนวนช่วงปิด  $[0, 1]$  !!!

# การเท่ากันของฟังก์ชัน

ฟังก์ชัน 2 ฟังก์ชัน จะเท่ากันก็ต่อเมื่อ

1. โดเมน ของทั้งสองฟังก์ชันเป็นเซตเดียวกัน
2. เมื่อกำหนดค่า  $x$  ในโดเมน ฟังก์ชันทั้งสองจะส่งค่าไปยังค่าเดียวกัน

# ฟังก์ชันที่น่าสนใจ

ฟังก์ชันค่าคงตัว (constant function)

$$f(x) = c$$

กราฟ  $y = f(x)$

$$f(x) = c$$

# ฟังก์ชันที่น่าสนใจ

ฟังก์ชันเชิงเส้น (linear function)

$$f(x) = mx + c$$

กราฟ  $y = f(x)$

$$f(x) = mx + c$$

# ฟังก์ชันที่น่าสนใจ

ฟังก์ชันกำลังสอง (quadratic function)

$$f(x) = x^2$$



กราฟ  $y = f(x)$

$$f(x) = x^2$$

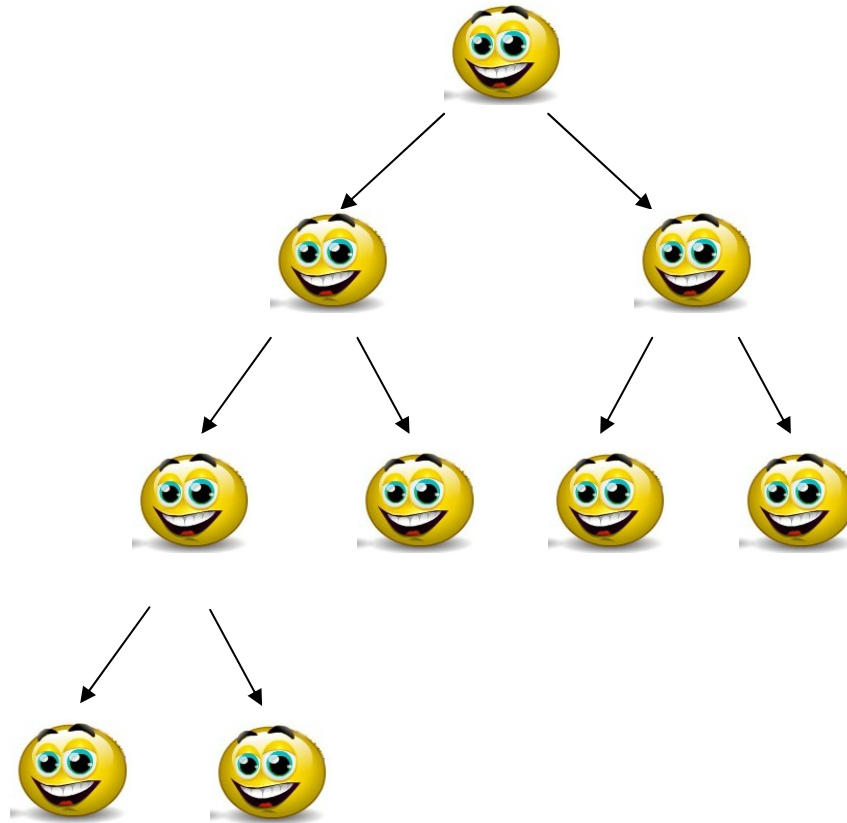
# ฟังก์ชันที่น่าสนใจ

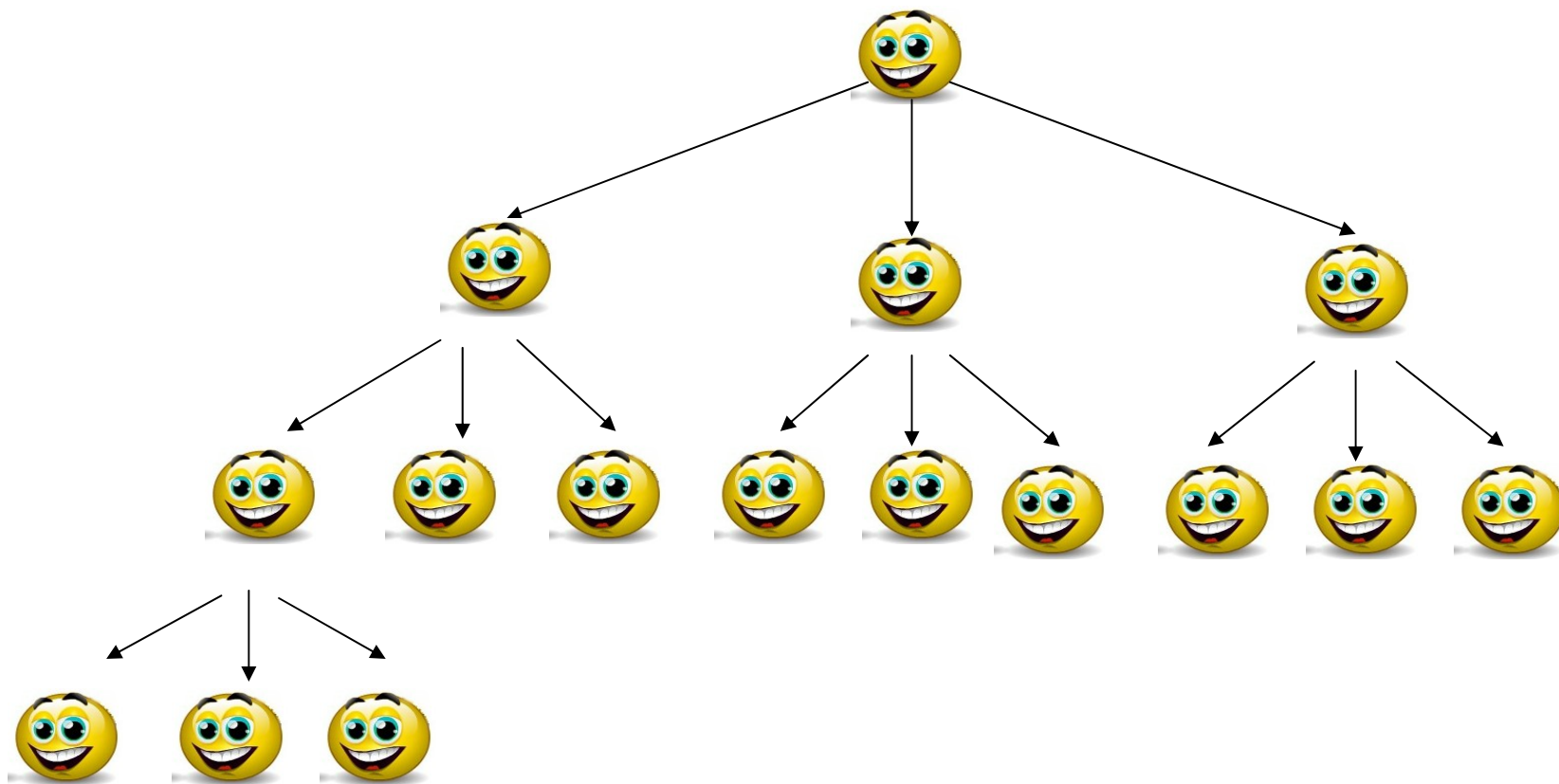
ฟังก์ชันพหุนาม (polynomial function)

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

กราฟ  $y = f(x)$

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$





# ฟังก์ชันที่น่าสนใจ

ฟังก์ชันยกกำลัง (exponential function)

$$f(x) = 2^x$$

$$f(x) = 3^x$$

$$f(x) = 10^x$$

$$f(x) = e^x$$

$$f(x) = \pi^x$$

กราฟ  $y = f(x)$

$$f(x) = 2^x$$

กราฟ  $y = f(x)$

$$f(x) = 3^x$$

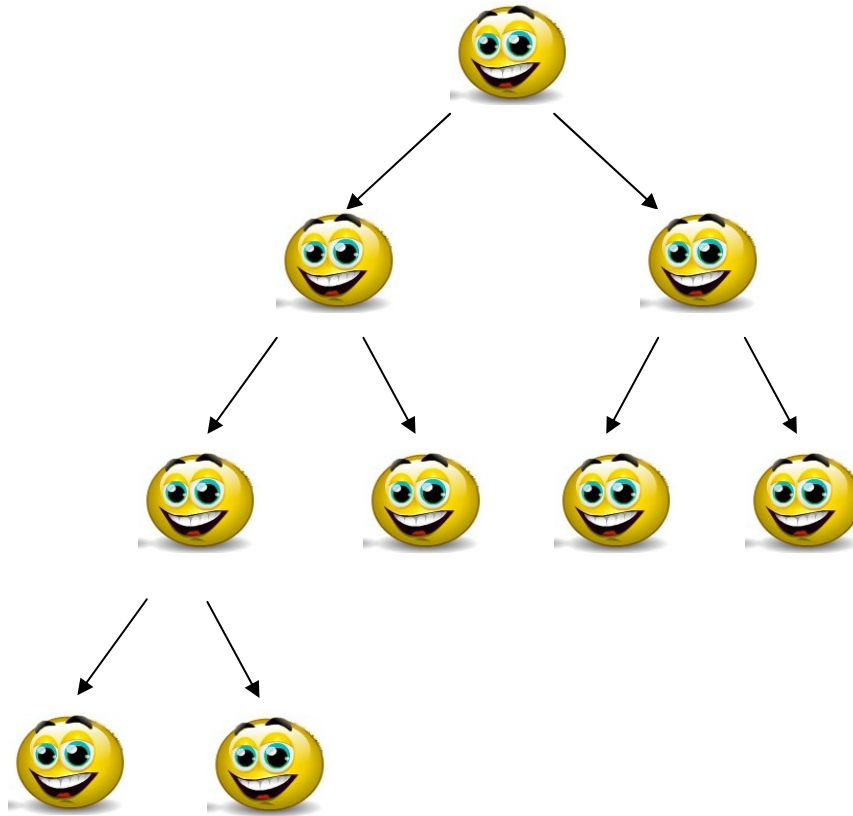


กราฟ  $y = f(x)$

$$f(x) = 2^x$$

$$f(x) = 3^x$$

$$f(x) = 4^x$$



# ฟังก์ชันที่น่าสนใจ

ฟังก์ชันลอการิทึม (logarithm function)

$$f(x) = \log_2 x$$

$$f(x) = \log_3 x$$

$$f(x) = \log x = \log_{10} x$$

$$f(x) = \ln x = \log_e x$$

กราฟ  $y = f(x)$

$$f(x) = \log_2 x$$

กราฟ  $y = f(x)$

$$f(x) = \log_3 x$$

กราฟ  $y = f(x)$

$$f(x) = \log_3 x$$

$$f(x) = \log_2 x$$

ฟังก์ชันยกกำลัง และฟังก์ชันลอการิทึม เป็นผกผัน  
ซึ่งกันและกัน (inverse)

สังเกตว่าความสัมพันธ์ เชิงเส้น และพาราโบลา  
มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชันด้วย

แต่ความสัมพันธ์ วงกลม และวงรี  
ไม่มีคุณสมบัติเป็นฟังก์ชัน!!!

ทำไม?