เซต (SET)

เราไม่สามารถให้คำจำกัดความกับค่าว่าเซตหรือสมาชิกในเซตได้ (อนิยาม) แต่เรารู้จักเซตได้เนื่องจากเราคุ้นเคยกับคุณสมบัติของเซต หรือทราบจากสามัญสำนึกที่เราได้พบ และใช้งานที่เกี่ยวข้องกับเซต

มีคนกล่าวว่าเซตมีลักษณะคล้ายๆ กับกล่อง คือ *เป็นกล่องที่ใส่อะไรก็ได้* แต่กล่องและเซตมีความแตกต่างบางอย่างเช่น ***<u>กล่องสามารถใส่ของที่ซ้ำๆ กันได้หลายชิ้น</u>*** แต่ถ้าปรากฎว่า ***<u>มีของที่เหมือนกันอยู่ในเซต จะถือว่าของชิ้นนั้นมีอยู่เพียงชิ้นเดียว</u>***

ตัวอย่างเช่น ในกล่องอาจจะใส่หนังสือที่เหมือนๆ กันได้ แต่เซต {1,1,1,1,1} ถือว่ามีสมาชิกเพียงตัวเดียวก็คือ “1”

อีกตัวอย่างหนึ่งที่สำคัญคือ

<u>อันดับก่อนและหลังของสมาชิกในเซต ไม่ถือว่าเป็นสิ่งคัญ</u>

ตัวอย่างเช่น เซต {1,2,3} จะถือว่าเทียบเท่า หรือเหมือนกัน

กับเซต {1,3,2}, {2,1,3}, {2,3,1} ,{3,1,2} และ {3,2,1}

A={a,b,c,d} หมายถึงเซตที่มีสมาชิกจำนวน 4 ตัวได้แก่ a,b,c และ d

เรามักนิยามที่จะใช้**ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่แทนเซต** และ **ตัวอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็กแทนสมาชิกในเซต**

$|A|$ หมายถึงจำนวนสมาชิกในเซต

ตัวอย่างเช่น

$$|\{1,2,3,4,5,6\}| =$$

$$|\{1,2,4,5,6,8,9,10\}| =$$

$$|\{m,i,s,s,i,o,n\}| =$$

$$|\{1,2,3,\ldots\}| =$$

ϕ หรือ {} (empty set)

เป็นสัญลักษณ์แทน***<u>เซตว่าง</u>*** หรือ เซตที่ไม่มีสมาชิกอยู่

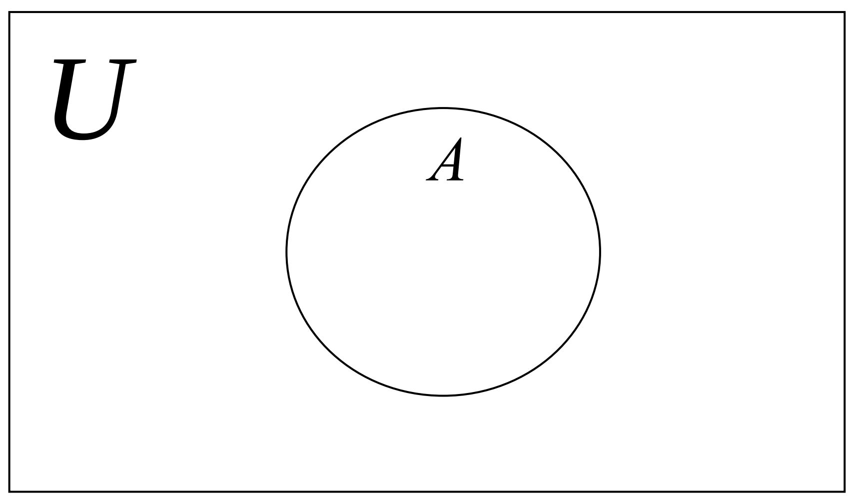
$$|\phi| = |\{\,\}| =$$

$$\left|\left\{\phi, \{\phi\}, \left\{\{\,\}, \phi\right\}, \left\{\{\,\}\right\}, \left\{\{\,\}, \{\phi\}\right\}, \left\{\left\{\{\,\}, \phi\right\}\right\}\right\}\right| =$$

U (universe) หมายถึง เซตของจำนวนสมาชิกทั้งหมดใน
ขอบเขตที่ต้องการศึกษา

$a \in A$ หมายถึง a เป็นสมาชิกของเซต A
(a is an element of set A)

เราอาจใช้แผนภาพแสดงความหมายของ U และ A



$A \subseteq B$ หรือ $B \supseteq A$

หมายถึง ถ้า a เป็นสมาชิกในเซต A แล้ว a ต้องเป็นสมาชิกในเซต B ด้วย

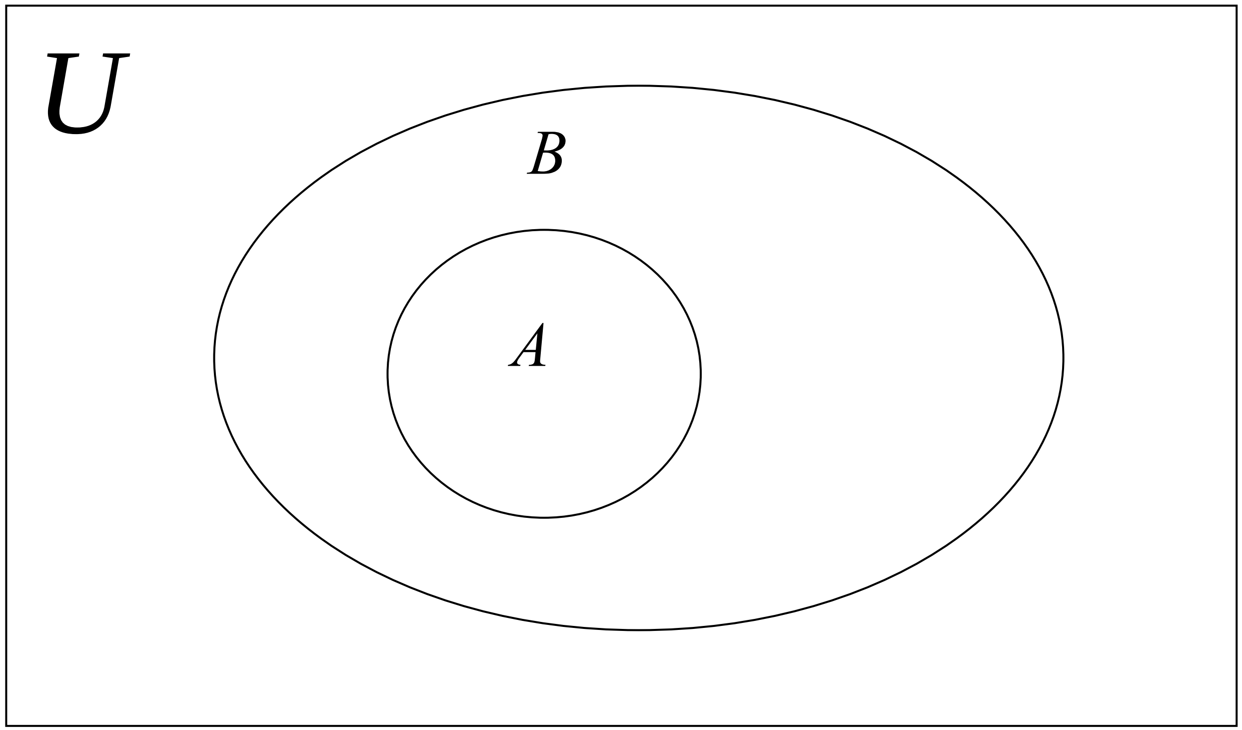
เราเรียก $A \subseteq B$ หรือ $B \supseteq A$ ว่า

“*A* เป็นเซตย่อยของ *B*”

A* is a subset of *B

ϕ เป็นเซตย่อยของ A หรือไม่ แล้วเป็นเซตย่อยของเซตใดบ้าง?

เราอาจใช้แผนภาพแสดงความหมายของ $A \subseteq B$



$A = B$ หมายถึง ทั้ง A และ B ต้องมีสมาชิกเหมือนกันทุกประการ

$A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A)$ จริงหรือไม่?

$P(A)$ หมายถึง**<u>เซต</u>** เซตหนึ่ง ซึ่งมีสมาชิกเป็น**<u>เซตย่อย</u>**ของ A

เราเรียก $P(A)$ ว่า**<u>เพาว์เวอร์เซตของ A</u>** (power set of A)

<u>ตัวอย่าง</u> ถ้า $A = \{1,2,3\}$ เราพบว่าเซตเหล่านี้

เป็นเซตย่อยทั้งหมดของ A ดังนั้น

$P(A) =$

<u>ตัวอย่าง</u> จงหาเพาว์เวอร์เซตของ $\left\{\phi,\{\phi\},\{\phi,\{\phi\}\}\right\}$

โดยหลักการนับ เราพบว่าจำนวนสมาชิกใน
เพาว์เวอร์เซต เท่ากับ 2 ยกกำลังจำนวนสมาชิกในเซต

$$\left|P(A)\right| = 2^{\left|A\right|}$$

แบบฝึกหัด

1. $\left|P\left(P\left(P\left(P\left(P\left(\phi\right)\right)\right)\right)\right)\right| =$

2. $\left|P\left(P\left(P\left(P\left(P\left(\{2\}\right)\right)\right)\right)\right)\right| =$

$A \cap B$ หมายถึง **<u>เซต</u>** เซตหนึ่ง ซึ่งถ้าเราเจอว่ามีสมาชิกอยู่ในเซต $A \cap B$ แล้ว เราจะต้องเจอสมาชิกตัวนั้น **<u>ทั้งในเซต A และเซต B</u>** เราเรียก $A \cap B$ ว่า**<u>อินเตอร์เซคชั่นของ A และ B</u>**

(intersection of A and B)

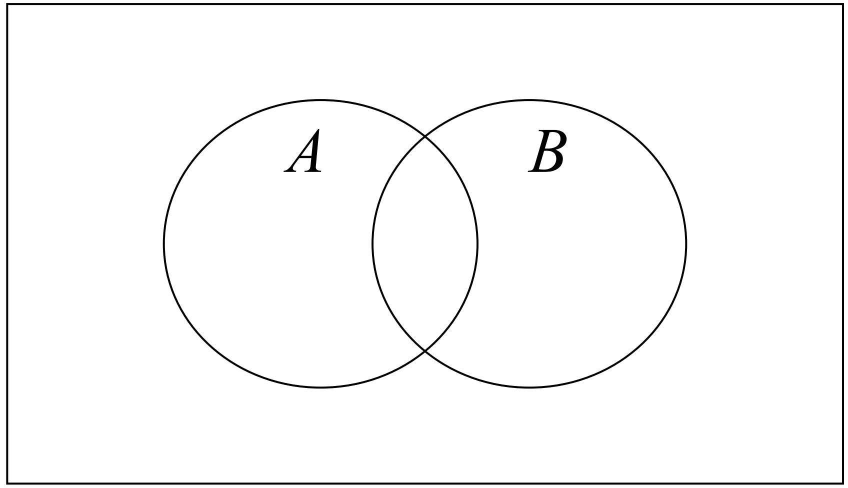
<u>ตัวอย่าง</u> ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

และ $B = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

$A \cap B =$

$B \cap A =$

เราอาจใช้แผนภาพแสดงความหมายของ $A \cap B$



$A \cap B$ คือส่วนที่แรเงา

$A \cup B$ หมายถึง **<u>เซต</u>** เซตหนึ่ง ซึ่งถ้าเราเจอว่ามีสมาชิกอยู่ในเซต $A \cup B$ แล้ว เราจะต้องเจอสมาชิกตัวนั้น **<u>เพียงในเซต *A* หรือ เพียงในเซต *B* หรือ เจอในทั้งสองเซต</u>**

เราเรียก $A \cup B$ ว่า**<u>ยูเนียนของ *A* และ *B*</u>** (union of *A* and *B*)

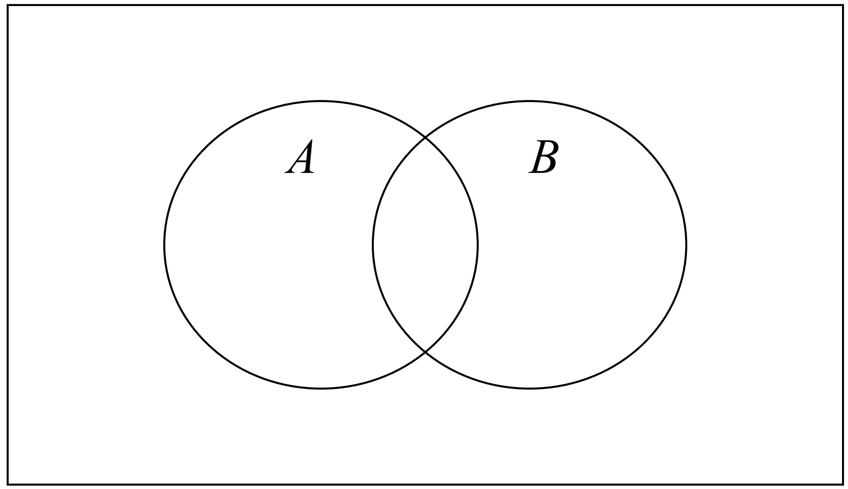
<u>ตัวอย่าง</u> ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

และ $B = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

$A \cup B =$

$B \cup A =$

เราอาจใช้แผนภาพแสดงความหมายของ $A \cup B$



$A \cup B$ คือส่วนที่แรเงา

ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

และ $B = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

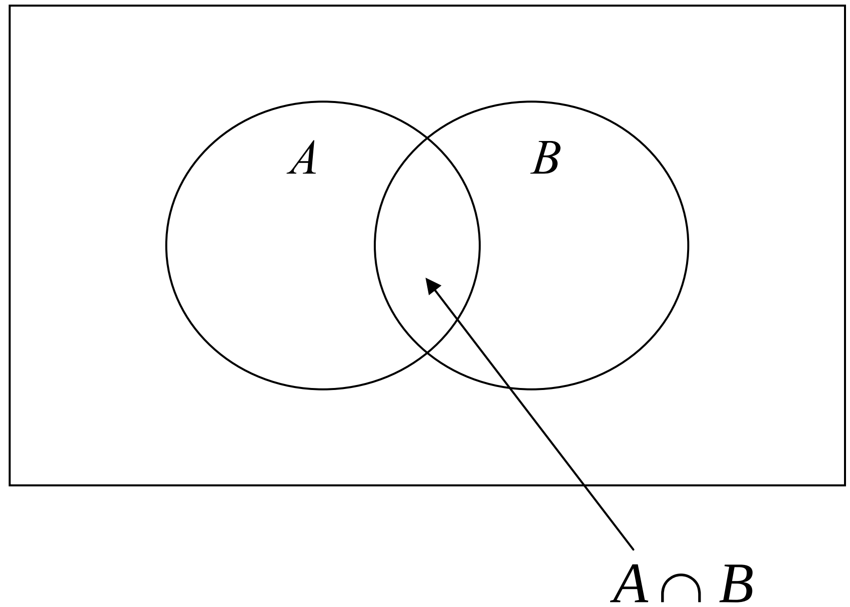
$A \cap B =$

$A \cup B =$

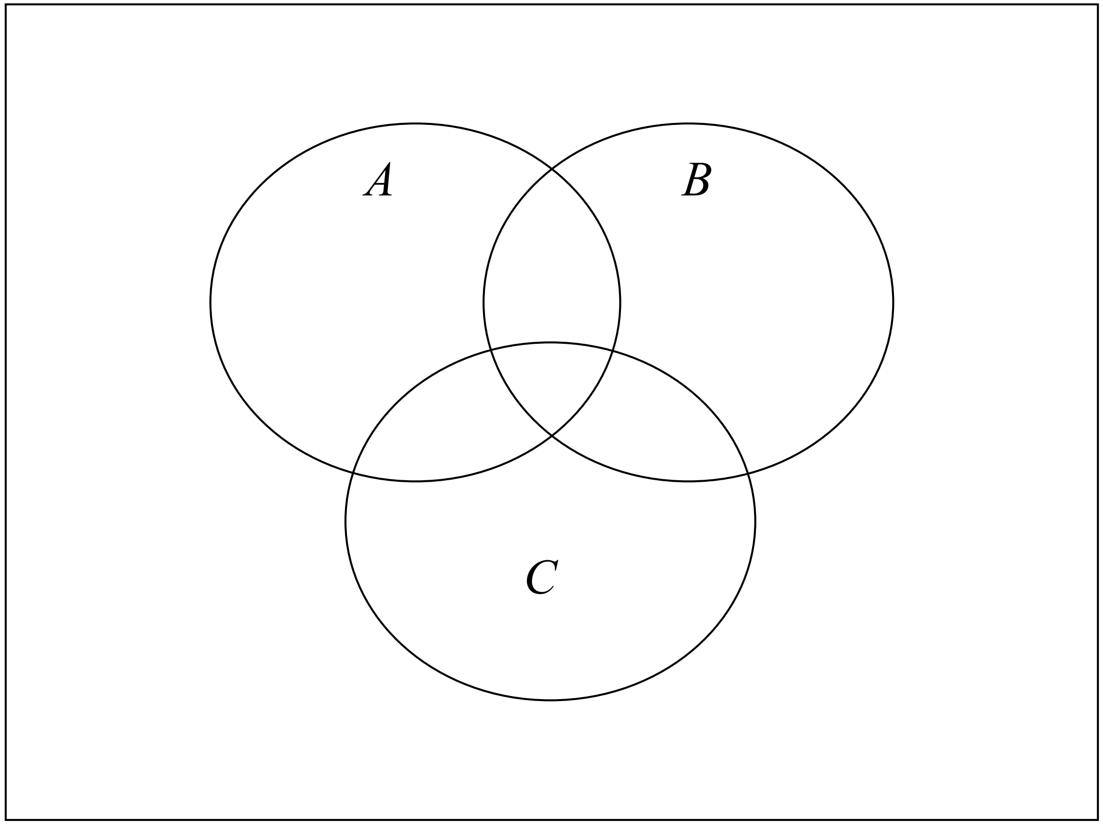
$|A| =$ $|B| =$

$|A \cap B| =$

$|A \cup B| =$



$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

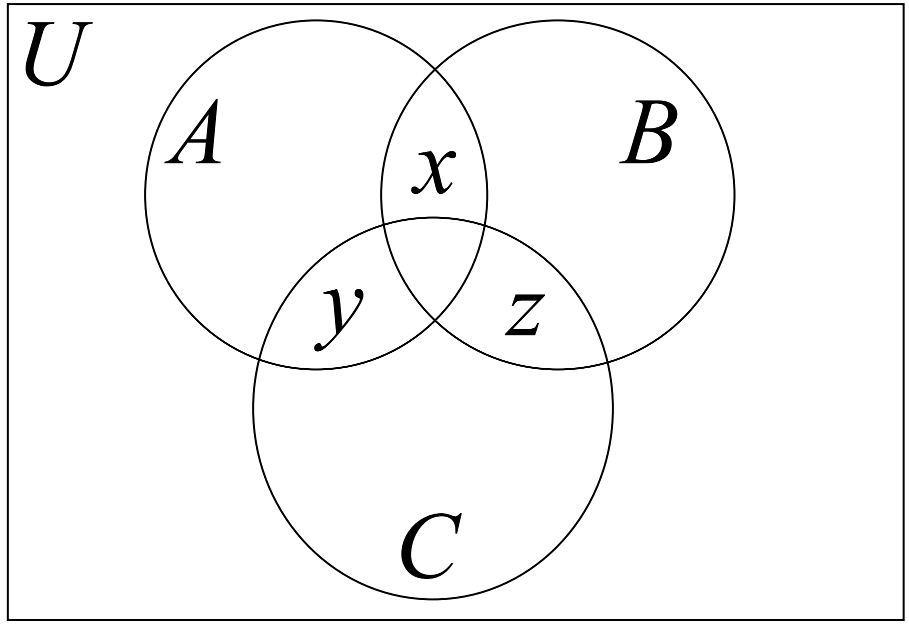


$$\begin{aligned}|A \cup B \cup C| = \quad & |A| + |B| + |C| \\ & -\left(|A \cap B| + |A \cap B| + |A \cap B|\right) \\ & + |A \cap B \cap C|\end{aligned}$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$\begin{aligned} |A \cup B \cup C| = {} & |A| + |B| + |C| \\ & -\left(|A \cap B| + |A \cap B| + |A \cap B|\right) \\ & + |A \cap B \cap C| \end{aligned}$$

$$|A \cup B \cup C \cup D| =$$



กำหนดให้ $|U| = 150$ $|A| = 51$ $|B| = 43$ $|C| = 42$

$|A \cap B| = 12$ $|A \cap C| = 13$ $|B \cap C| = 15$

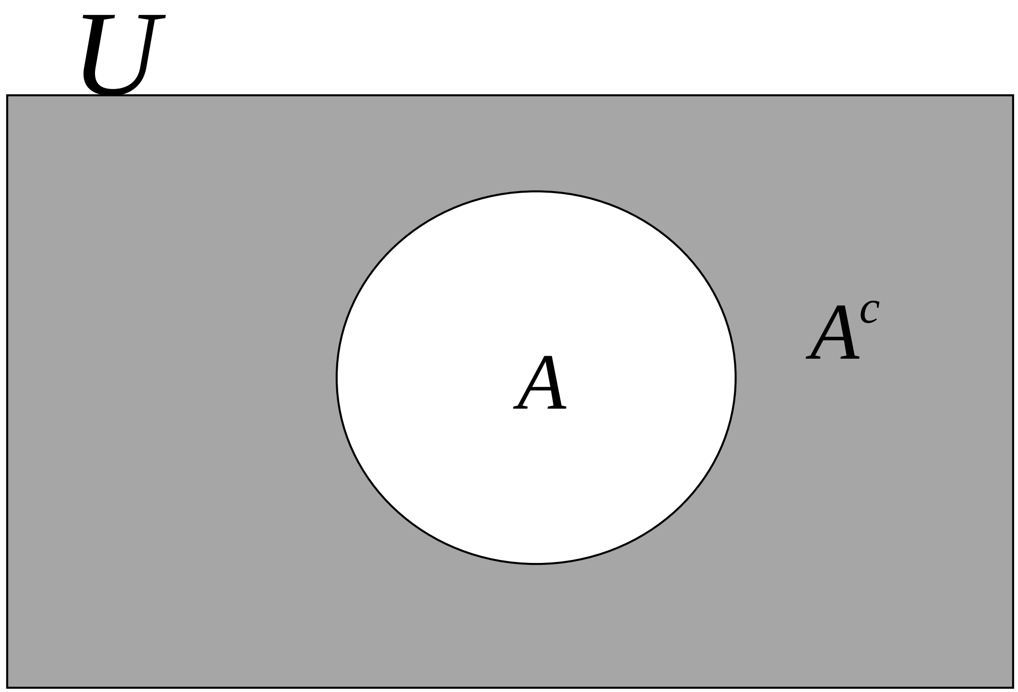
$|(A \cup B \cup C)^c| = 50$ และ ให้ x, y และ z

แทนจำนวนของสมาชิกในบริเวณที่กำหนด

จงหาค่า x, y และ z

A' หรือ A^c หมายถึง **<u>เซต</u>** เซตหนึ่ง ซึ่งมีสมาชิกอยู่ในเซตยูนิเวอร์ส (universe) **<u>แต่ไม่อยู่ในเซต *A*</u>**

เราเรียก A^c ว่า**<u>คอมพลีเมนท์ของ *A*</u>** (complement of *A*)



<u>ตัวอย่าง</u> ให้ U แทนเซตของประชากรในโรงเรียนอนุบาลหมีน้อย และให้ A แทนเซตของนักเรียนชายในโรงเรียน ดังนั้น A^c คือ

$A - B$ หรือ $A \setminus B$ หมายถึง **<u>เซต</u>** เซตหนึ่งซึ่งมีสมาชิก **<u>อยู่ในเซต *A* แต่ไม่อยู่ในเซต *B*</u>**

เราเรียก $A \setminus B$ ว่า**<u>เซตของสมาชิกใน *A* แต่ไม่อยู่ใน *B*</u>**

(set of elements in *A* but not *B*)

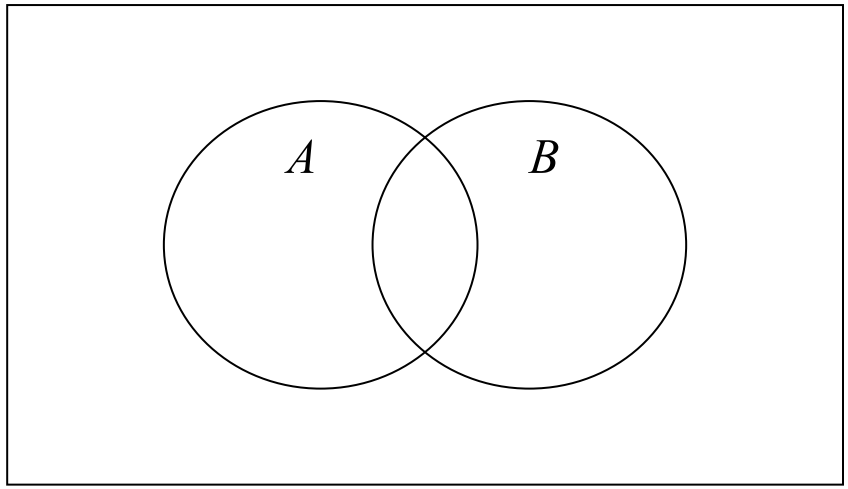
<u>ตัวอย่าง</u> ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

และ $B = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

$A \setminus B =$

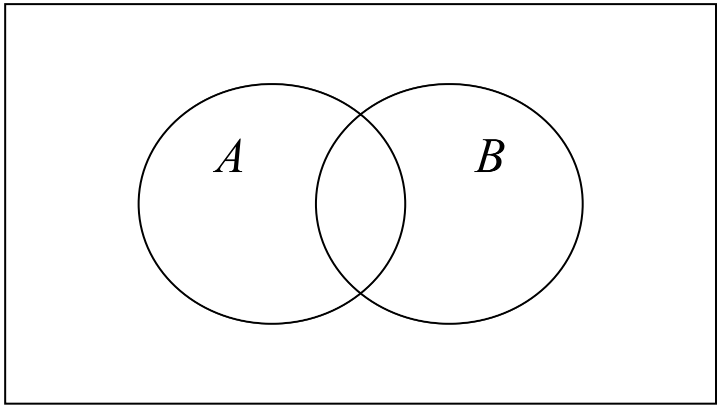
$B \setminus A =$

เราอาจใช้แผนภาพแสดงความหมายของ $A \setminus B$

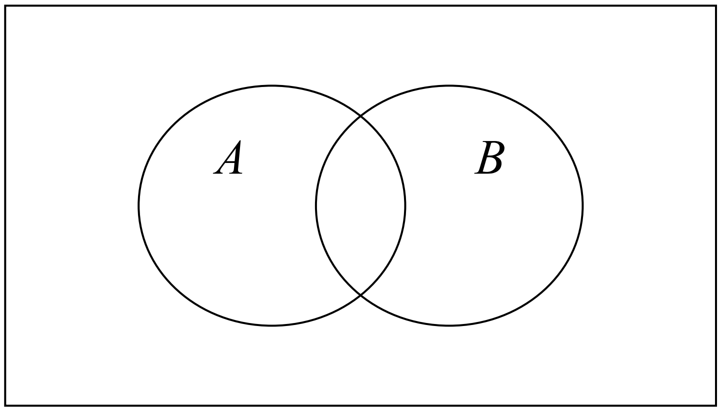


$A \setminus B$ คือส่วนที่แรเงา

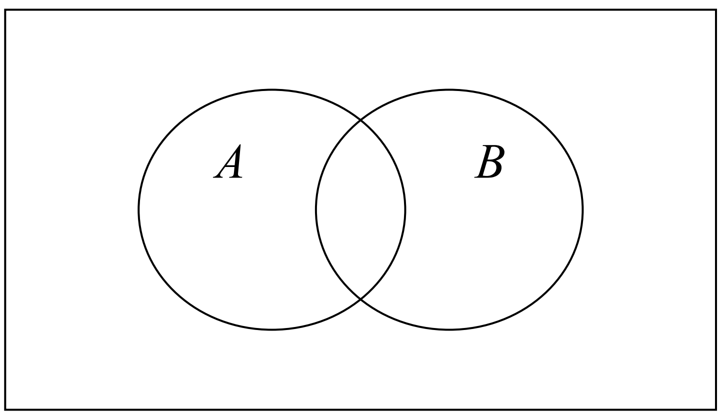
ระวัง !!! $A \setminus B \neq B \setminus A$



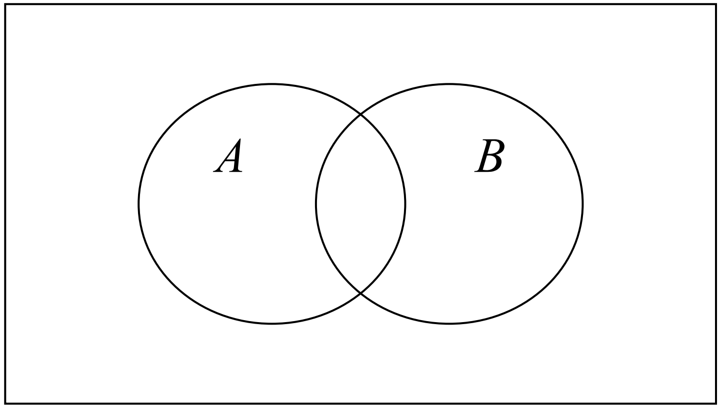
A คือส่วนที่แรเงา



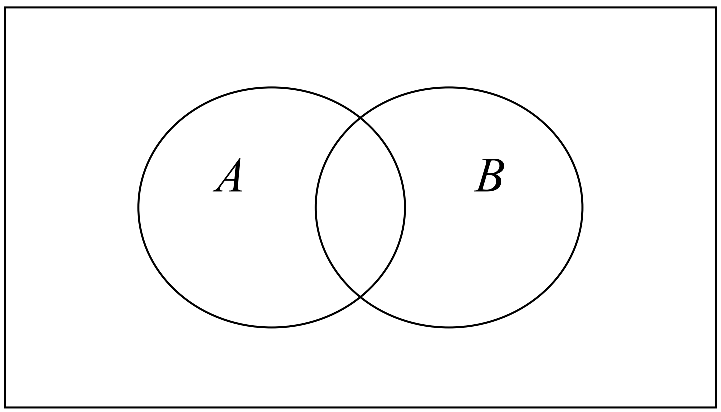
B คือส่วนที่แรเงา



$A \cap B^c$ คือส่วนที่แรเงา



$A \cap B^c$ คือส่วนที่แรเงา



$A \setminus B$ คือส่วนที่แรเงา

$$A \setminus B = A \cap B^c$$

คุณสมบัติที่สำคัญเกี่ยวกับเรื่องเซต

ถ้า A,B และ C เป็นเซตใดๆ U หมายถึงยูนิเวอร์ส และ

ϕ หมายถึงเซตว่าง

Union

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cup A =$$

$$A \cup \phi =$$

$$A \cup U =$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B =$$

$A \subseteq A \cup B$ และ $B \subseteq A \cup B$

$$A \cup B = \phi \Rightarrow \begin{cases} A = \\ B = \end{cases}$$

Intersection

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cap A =$$

$$A \cap \phi =$$

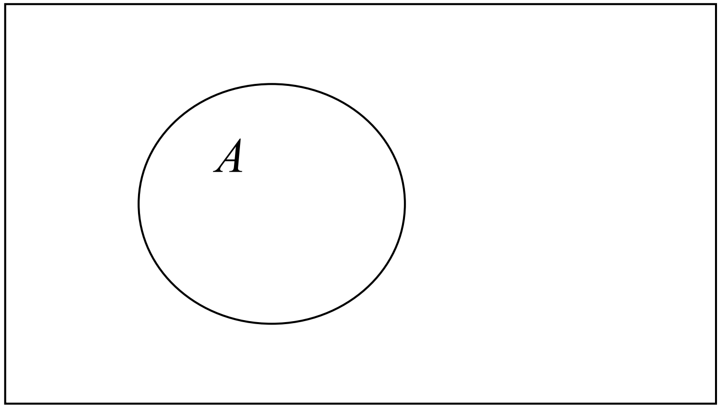
$$A \cap U \;=$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

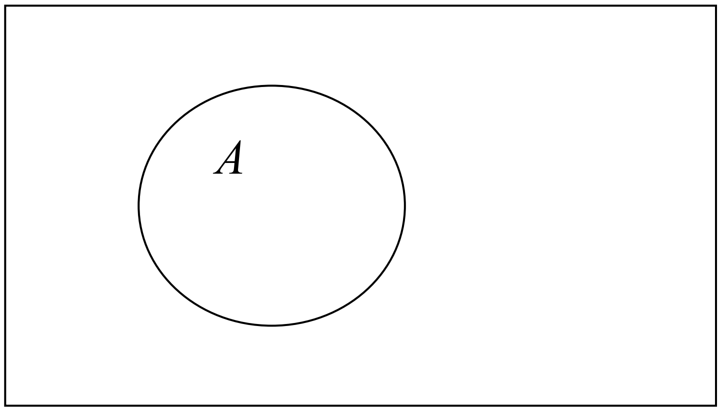
$$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B =$$

$A \cap B \subseteq A$ และ $A \cap B \subseteq B$

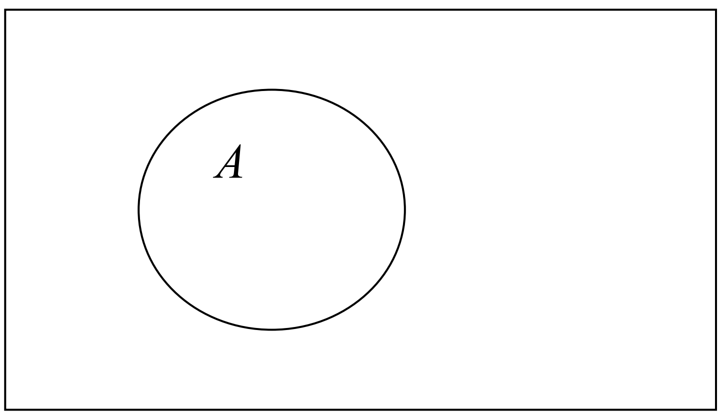
$$A \cap B = U \Rightarrow \begin{cases} A = \\ B = \end{cases}$$



A คือส่วนที่แรเงา



A^c คือส่วนที่แรเงา



$(A^c)^c$ คือส่วนที่แรเงา

Complement

$$(A^c)^c = A$$

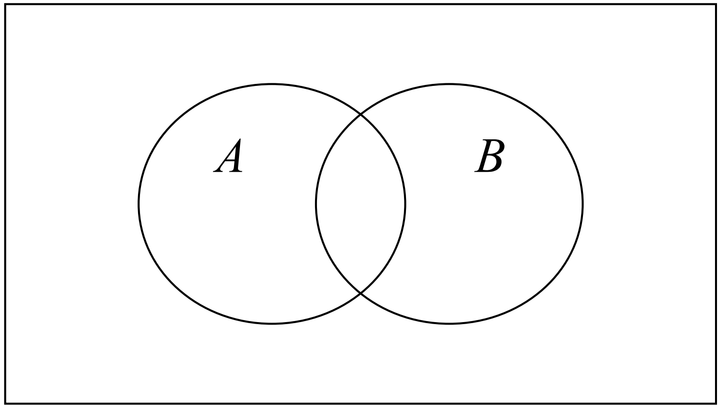
$$U^c =$$

$$\phi^c =$$

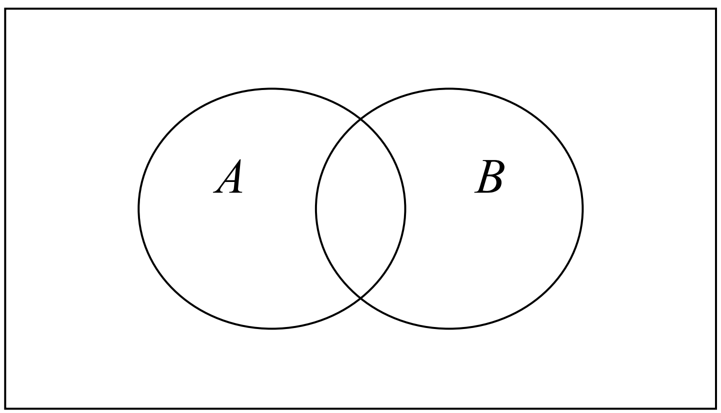
$$A \cap A^c =$$

$$A \cup A^c =$$

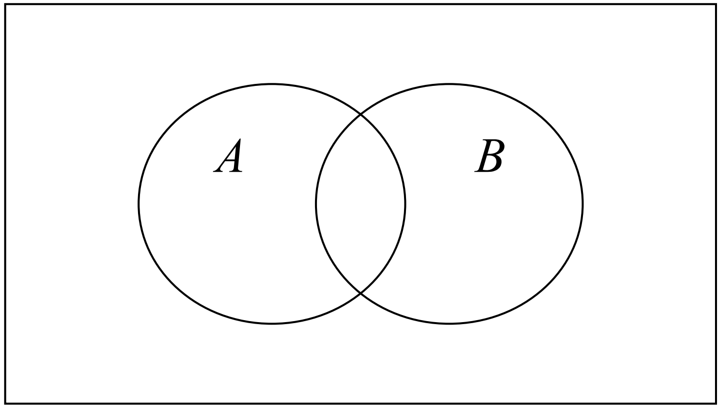
$$A \setminus B = A \cap B^c$$



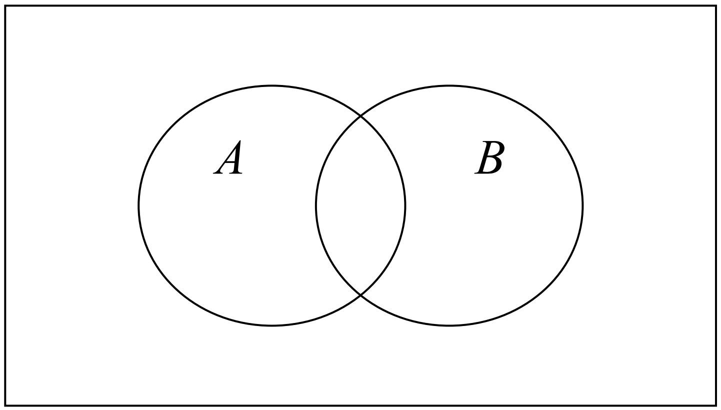
$A \cup B$ คือส่วนที่แรเงา



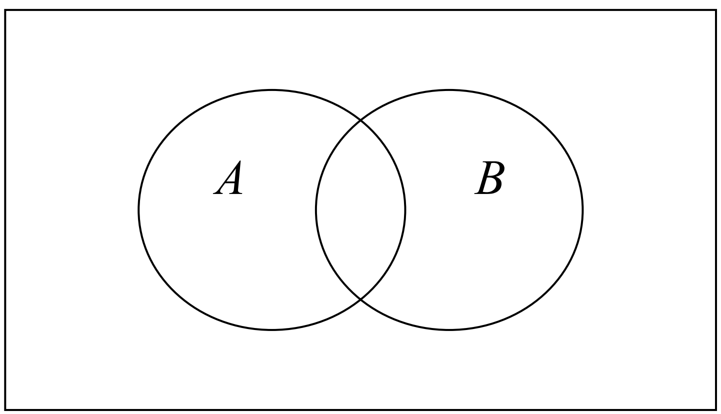
$(A \cup B)^c$ คือส่วนที่แรเงา



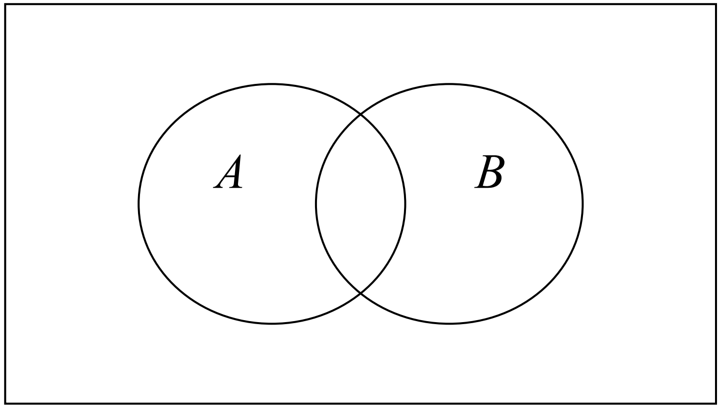
A^c คือส่วนที่แรเงา



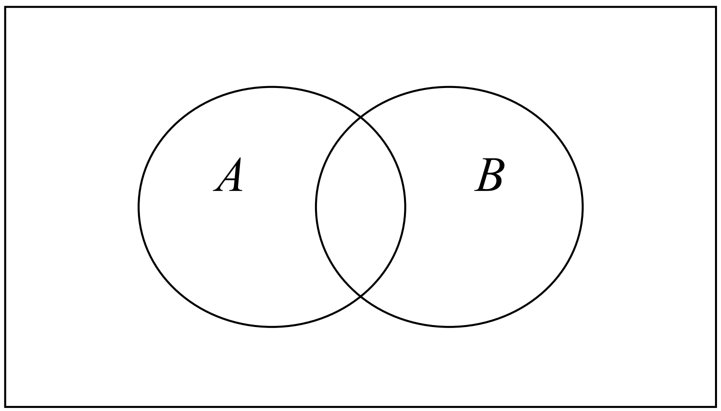
B^c คือส่วนที่แรเงา



$A^c \cap B^c$ คือส่วนที่แรเงา

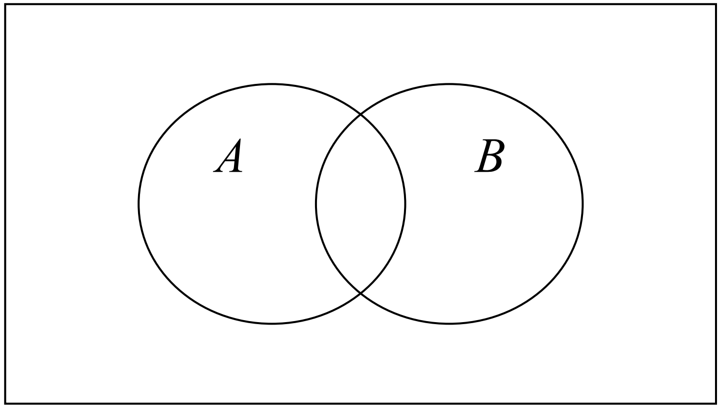


$(A \cup B)^c$ คือส่วนที่แรเงา

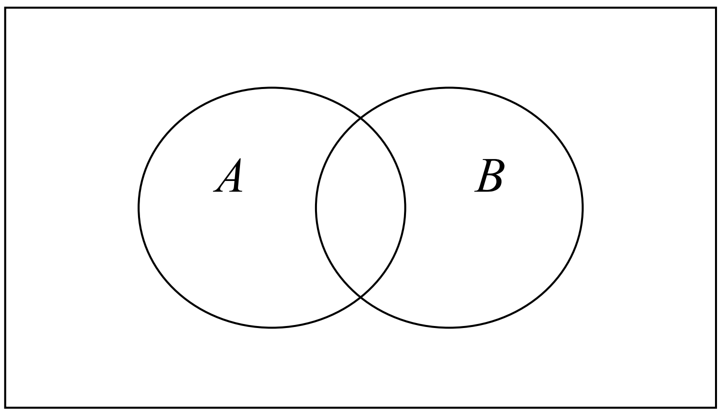


$A^c \cap B^c$ คือส่วนที่แรเงา

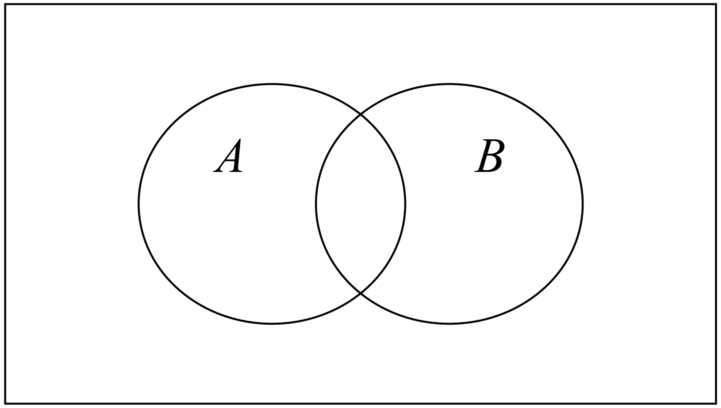
$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$



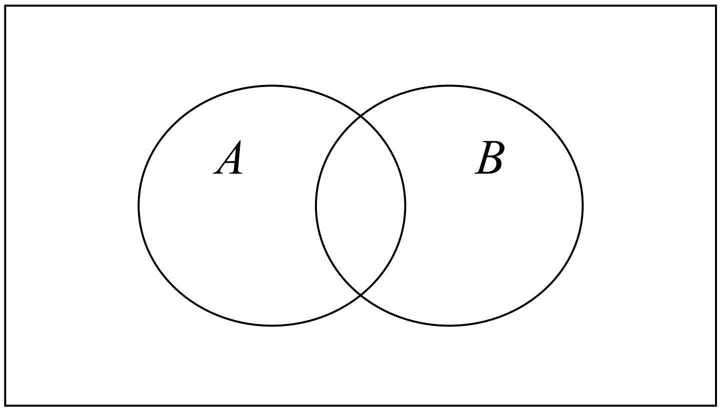
$A \cap B$ คือส่วนที่แรเงา



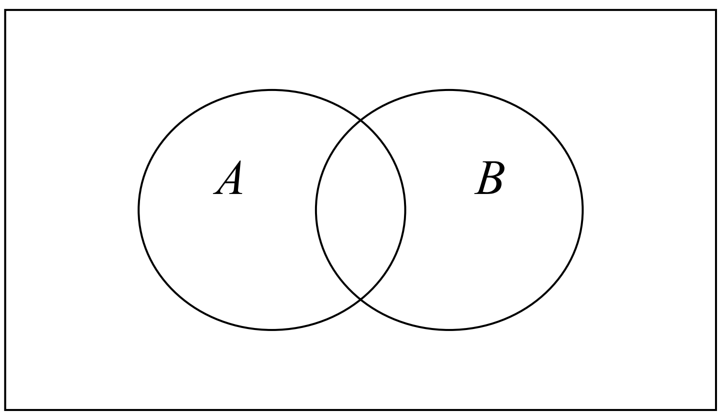
$(A \cap B)^c$ คือส่วนที่แรเงา



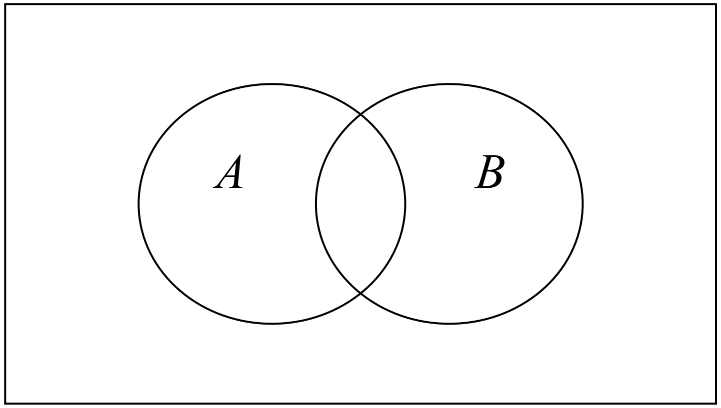
A^c คือส่วนที่แรเงา



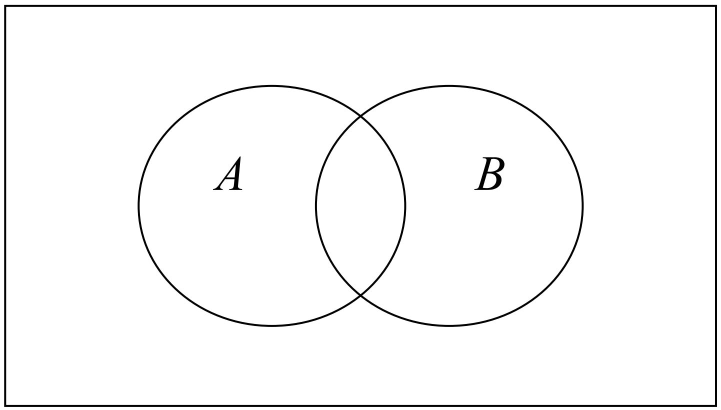
B^c คือส่วนที่แรเงา



$A^c \cup B^c$ คือส่วนที่แรเงา



$(A \cap B)^c$ คือส่วนที่แรเงา



$A^c \cup B^c$ คือส่วนที่แรเงา

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

กฎของ De Morgan

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

กฎของการกระจาย

$$A \cup (B \cap C) =$$

$$A \cap (B \cup C) =$$

แบบฝึกหัด

จริงหรือเท็จ?

1. จำนวนสมาชิกของเพาว์เวอร์เซตเป็นจำนวนคู่เสมอ?

$P(A) \neq \phi$ $P(\phi) = \{\phi\}$

2. $\phi \in P(A)$ และ $\phi \subseteq P(A)$

3. $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$

$A = \{1\}, B = \{2\}$

โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนชาย 600 คน นักเรียนหญิง 500 คน ในจำนวนนี้เป็นนักเรียนต่างจังหวัด 300 คน เป็นนักกีฬา 50 คน นักเรียนชายต่างจังหวัด 200 คน นักกีฬาชาย 30 คน นักเรียนต่างจังหวัดที่เป็นนักกีฬา 25 คน ซึ่งหนึ่งในจำนวนนี้เป็นชายเสีย 15 คน นักเรียนหญิงที่มาจากต่างจังหวัดและไม่เป็นนักกีฬา มีกี่คน

นักเรียนหญิงห้องหนึ่งจำนวน 19 คน มี 9 คนใส่แว่นตา มี 14 คนใส่นาฬิกา มี 12 คนใส่แหวน มี 1 คนใส่แหวนอย่างเดียว มี 4 คนใส่นาฬิกาอย่างเดียว มี 5 คนใส่แว่นตาและนาฬิกา มี 2 คนใส่แว่นตา นาฬิกา และ แหวน เด็กแต่ละคนจะใส่อย่างน้อย 1 ใน 3 สิ่ง จงหาว่ามีกี่คนที่ใส่ 2 สิ่งเท่านั้นใน 3 สิ่งนี้