

สมการ (Equality)

มีการค้นพบว่าระบบสมการ ถูกสร้างขึ้นในช่วง
สองพันปีก่อนคริสตกาล เพื่อใช้แก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์

(http://en.wikipedia.org/wiki/History_of_mathematics)

สังเกตว่าในสมการ จะต้องมีการเครื่องหมาย “=” เสมอ
เครื่องหมายนี้ถูกใช้ครั้งแรกโดย Robert Recorde
นักคณิตศาสตร์ชาว Wales ในปีคริสตศักราช 1557
(http://en.wikipedia.org/wiki/Equal_sign)

การหาผลเฉลยของสมการ โดยทั่วไปแล้ว ต้องการหาค่าของ ตัวที่ไม่ทราบค่า (unknowns) ซึ่งอาจจะปรากฏในสมการ เพียง 1 ตัวหรือมากกว่านั้นก็ได้ ซึ่งเรามักเรียกตัวไม่ทราบค่าว่า ตัวแปร (variables)

สำหรับการแก้สมการอย่างง่ายทำได้โดยต้องการให้ทั้งซ้าย และขวาของสมการสมดุลกัน แล้วพยายามจัดรูปให้ ตัวแปรที่เราต้องการเหลืออยู่เพียง 1 ตัว และ อีกข้างหนึ่งของสมการ เป็นตัวเลขที่เราต้องการ

สมการเชิงเส้น (Linear equation)

สมการเชิงเส้นคือสมการที่สามารถจัดรูปได้ในรูปแบบต่อไปนี้คือ

$$Ax = B$$

เมื่อ $A \neq 0$ และ B เป็นจำนวนจริงใดๆ และ x ที่ตัวแปร ที่เราต้องการทราบค่า

สมการเชิงเส้น เป็นรูปแบบของระบบสมการที่ง่ายที่สุดที่สามารถหาผลเฉลยได้

สมการใดต่อไปนี้เป็นสมการเชิงเส้น พร้อมทั้งหาผลเฉลย

$$x - 2 = 0$$

$$2 - 5x = 0$$

$$\frac{2}{5x} = 3$$

$$\frac{2}{5x} = \frac{3}{2x}$$

$$\frac{2}{5x} = x$$

สมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 1

$$Ax + By = C$$

$$Ax + By + Cz = D$$

⋮

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$$

การหาผลเฉลยของสมการที่มีตัวแปรมากกว่า 1

ในการหาผลเฉลยของสมการที่มีตัวแปรมากกว่า 1
ผลเฉลยที่ได้ อาจจะมีเป็นจำนวนมากมายเช่น

$$x + y = 0$$

มีผลเฉลย ได้แก่

$$x = 0, y = 0 \quad x = 1, y = -1 \quad x = -1, y = 1$$

$$x = \frac{5}{2}, y = -\frac{5}{2} \quad \dots$$

โดยทั่วไปการหาผลเฉลยของสมการที่มีตัวแปรมากกว่า 1 เช่น สมการที่มี 2 ตัวแปร ต้องมีอย่างน้อย 2 สมการจึงทำให้หาผลเฉลยซึ่งมีเพียงเพียงชุดเดียว เช่น

$$x + y = 2$$

$$x - y = 0$$

ค่า x และ y ซึ่งเป็นผลเฉลยของสมการทั้งสอง คือ

$$x = 1, y = 1$$

สมการที่มี n ตัวแปร ต้องมีอย่างน้อย n สมการจึงจะทำให้สามารถหาผลเฉลยได้เพียงชุดเดียว เช่น

$$x + y + z = 2$$

$$x - y + z = 0$$

$$x - y - z = 0$$

ค่า x, y และ z ซึ่งเป็นผลเฉลยของสมการทั้งสาม คือ

$$x = 1, y = 1, z = 0$$

เราเรียกหลายๆ สมการ ที่เกี่ยวข้องกับตัวแปรชุดเดียวกัน
และมีผลเฉลยร่วมกันว่า

ระบบสมการ (a system of equations)

ระวัง!!!

สมการที่มี n ตัวแปร ต้องมีอย่างน้อย n สมการจึงจะทำให้สามารถหาผลเฉลยได้เพียงชุดเดียว

แต่

สมการที่มี n ตัวแปร มี n สมการ ไม่จำเป็นว่าต้องหาผลเฉลยได้เพียงชุดเดียว

อาจจะมีหลายผลเฉลย หรือ หาผลเฉลยไม่ได้

$$x + y = 2$$

$$2x + 2y = 4$$

มีผลเฉลยคือ

$$x + y = 2$$

$$x + y = 1$$

การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น

ให้ทำการกำจัดตัวแปร ทีละตัวด้วยการคูณบางสมการ ด้วยตัวเลข แล้วนำไปบวกหรือลบกับอีกสมการหนึ่ง เช่น

$$x + y = 2$$

$$x - y = 0$$

$$2x + 3y = 7$$

$$x - y = 1$$

$$x + \frac{y}{2} = 2$$

$$2x + y = 2$$

$$x + y + z = 2$$

$$x - y + z = 0$$

$$x - y - z = 0$$

แบบฝึกหัด

$$x + y + z = 6$$

1. กำหนดให้ $x - y + z = 2$

$$2x - y - z = -3$$

จงหาค่า x , y และ z

แบบฝึกหัด

$$x + y + z = 6$$

2. กำหนดให้ $x + y - z = 0$ จงหาค่า

$$2x - y + z = 3$$

2.1 $x + y$

2.2 $y + z$

ตัวอย่างโจทย์ปัญหา

หมูและไก่

นายบุญและนางมา เลี้ยงไก่และหมูอยู่ในเล้า เมื่อเกษตรตำบล มาเยี่ยมที่บ้าน และถามถึงจำนวนหมูและไก่ ทั้งคู่ตอบไม่ได้ แต่นายบุญจำได้ว่ามีทั้งหมูและไก่รวมกัน 44 ตัว นางมาจำได้ แต่จำนวนขาของทั้งสองชนิดรวมกันได้ 128 ขา แต่ทั้งคู่จำไม่ได้ว่ามีหมูหรือไก่อยู่อย่างละกี่ตัว

พวกเราช่วยเกษตรตำบลหาว่าหมูและไก่ของนายบุญ และนางมาว่ามีจำนวนเท่าใด???

แบบฝึกหัด

3. นายบุญและนางมา เลี้ยงไก่และหมูอยู่ในเล้า เมื่อเกษตรตำบล มาเยี่ยมที่บ้าน และถามถึงจำนวนหมูและไก่ ทั้งคู่ตอบไม่ได้ แต่นายบุญจำได้ว่ามีทั้งหมูและไก่รวมกัน 20 ตัว นางมาจำได้ว่าจำนวนขาของทั้งสองชนิดรวมกันได้ 64 ขา แต่ทั้งคู่จำไม่ได้ว่ามีหมูหรือไก่อยู่อย่างละกี่ตัว

ถ้านายบุญและนางมา ต้องการทำปีกไก่เหล้าแดง ทั้งคู่จะมีปีกไก่ จำนวนเท่าใด

แบบฝึกหัด

4. นายบุญและนางมา เลี้ยงไก่และหมูอยู่ในเล้า เมื่อเกษตรตำบล มาเยี่ยมที่บ้าน และถามถึงจำนวนหมูและไก่ ทั้งคู่ตอบไม่ได้ แต่นายบุญจำได้ว่ามีทั้งหมูและไก่รวมกัน 20 ตัว นางมาจำได้ แต่จำนวนขาของทั้งสองชนิดรวมกันได้ 64 ขา แต่ทั้งคู่จำไม่ได้ว่ามีหมูหรือไก่อยู่อย่างละกี่ตัว

ถ้านายบุญและนางมา ต้องการทำซุบหางหมูโดยใช้หางหมู 2 หาง ต่อซุบ 1 ถ้วย นายบุญและนางมาจะได้ซุบหางหมูกี่ถ้วย